

Universidade Federal do Rio de Janeiro

**CARREGAMENTOS ALEATÓRIOS NO  
DIMENSIONAMENTO PROBABILÍSTICO DE  
REVESTIMENTOS DE POÇOS DE PETRÓLEO**

Felipe Lima de Oliveira

2017



## CARREGAMENTOS ALEATÓRIOS NO DIMENSIONAMENTO PROBABILÍSTICO DE REVESTIMENTOS DE POÇOS DE PETRÓLEO

Felipe Lima de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada  
ao Programa de Pós-graduação  
em Engenharia Civil, COPPE, da  
Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
como parte dos requisitos necessários  
à obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Civil.

Orientador: Luis Volnei Sudati Sagrilo

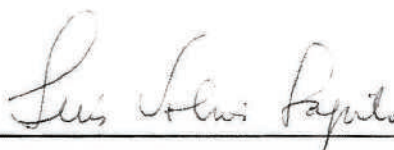
Rio de Janeiro  
Maio de 2017

CARREGAMENTOS ALEATÓRIOS NO DIMENSIONAMENTO PROBABILÍSTICO  
DE REVESTIMENTOS DE POÇOS DE PETRÓLEO

Felipe Lima de Oliveira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:



Prof. Luis Volnei Sudati Sagrilo, D.Sc.



Prof. Fernando Mendes de Sousa, D.Sc.



Prof. Eduardo Toledo de Lima Júnior, D.Sc.



Dr. Emílio César Cavalcante Melo da Silva, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2017

Oliveira, Felipe Lima de

Carregamentos Aleatórios no Dimensionamento Probabilístico de Revestimentos de Poços de Petróleo / Felipe Lima de Oliveira - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017 XVI, 128 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Luis Volnei Sudati Sagrilo

Dissertação (mestrado) - UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil, 2017

Referências Bibliográficas: p. 111-114

1. Revestimento. 2. Dimensionamento. 3. Probabilístico. I. Sagrilo, Luis Volnei Sudati. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título

# Agradecimentos

Agradeço à minha família — meus pais Ana e William, meu irmão Leonardo e minha futura esposa Marcela — pelo apoio incondicional nos momentos mais difíceis;

Agradeço aos meus colegas do CENPES — João Carlos, Carlos Eduardo, Joseir, Leonardo e Jorel — por todos os ensinamentos e pela experiência memorável; e

Por fim, agradeço a todos os professores do Programa de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio de Janeiro por estarem sempre à disposição com ensinamentos no âmbito acadêmico e profissional.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## CARREGAMENTOS ALEATÓRIOS NO DIMENSIONAMENTO PROBABILÍSTICO DE REVESTIMENTOS DE POÇOS DE PETRÓLEO

Felipe Lima de Oliveira

Maio/2017

Orientador: Luis Volnei Sudati Sagrilo

Programa: Engenharia Civil

A utilização de fatores de segurança, abordagem padrão da indústria atualmente, é consequência da incerteza ao redor do processo de dimensionamento de revestimentos. No entanto, a abordagem *Working Stress Design (WSD)* não quantifica formalmente o risco inerente a cada projeto. Por conseguinte, não permite comparação quantitativa entre dois projetos distintos, tanto em termos de risco quanto de custo.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia baseada em confiabilidade (*Reliability Based Design*) para calcular a probabilidade de falha de uma coluna de revestimentos de poços de petróleo, utilizando modelos de resistência e de solicitação probabilísticos. A grande vantagem da abordagem *Reliability Based Design (RBD)* é a facilidade de calibração do perfil de risco, o qual refletirá a aversão ao risco do tomador de decisão através da escolha da probabilidade de falha à qual o mesmo está disposto se sujeitar.

Um modelo baseado no *First Order Reliability Method (FORM)* de normalização de distribuições de probabilidade foi proposto, e validado através de técnica de Simulação Monte Carlo. Mostrou-se que a probabilidade de falha pode diferir da probabilidade de falha determinística por um fator de mais de 50. A análise feita demonstrou também que a tensão de ruptura, a pressão de poros e o gradiente de fratura representam conjuntamente mais de 90% da variabilidade observada nos resultados das simulações, e que o diâmetro externo da junta tubular, sua espessura da parede, o peso do fluido invasor e a posição do topo do cimento representam conjuntamente menos de 0,3% da variabilidade observada.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## RANDOM LOADS IN THE DESIGN OF OILWELL CASING STRINGS

Felipe Lima de Oliveira

May/2017

Advisor: Luis Volnei Sudati Sagrilo

Department: Civil Engineering

The use of safety factors, currently standard practice in the industry, stems from the uncertainty that surrounds the casing design process. However, the *WSD* approach doesn't formally quantify the risk associated with each design. As such, it isn't equipped to compare two different designs, neither from a risk perspective nor from a cost perspective.

This dissertation develops an *RBD* methodology to calculate a casing string's probability of failure using random resistance and load models. The largest advantage to the *RBD* approach is the ease of risk tolerance calibration, which decision makers can adjust to reflect their own risk aversion.

A *FORM*-based model of normalization of probability distributions was proposed and validated using Monte Carlo Simulation. It was shown that the probability of failure can differ from the deterministic probability of failure by a factor of more than 50. The analysis has also shown that the most important variables from a variability standpoint are the material tensile strength, the pore pressure and the fracture gradient, cumulatively responsible for more than 90% of the observed variability. On the other hand, the joint's external diameter and wall thickness, as well as the weight of the reservoir fluid and the position of the top of cement column, are the least important, accounting for less than 0,3% of the observed variability.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Motivação e Objetivos . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>Estrutura do Texto . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>2.1</b>	<b>Análise Quantitativa de Risco . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>2.2</b>	<b>Níveis de Risco Aceitáveis . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>2.3</b>	<b>Modelos de Resistência de Juntas Tubulares e de Carregamentos de Poço . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>2.4</b>	<b>Quantificação de Incerteza . . . . .</b>	<b>10</b>
2.4.1	Incerezas na Resistência . . . . .	11
2.4.2	Incerezas no Carregamento . . . . .	11
<b>3</b>	<b>DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE REVESTIMENTOS .</b>	<b>14</b>
<b>3.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>14</b>
<b>3.2</b>	<b>Modelos de Carregamento . . . . .</b>	<b>16</b>
3.2.1	Carregamento de Pressão Interna . . . . .	17
3.2.1.1	Influxo de Fluidos da Formação para o Interior do Poço . . . . .	18
3.2.1.2	Comunicação entre o Interior da Coluna e seu Anular . . . . .	23
3.2.2	Carregamento de Colapso . . . . .	23
3.2.2.1	Esvaziamento Total do Anular do Revestimento . . . . .	24
3.2.2.2	Incremento de Pressão em Anular Confinado por Aumento de Temperatura . . . . .	25
3.2.2.3	Carregamento Diferencial Acima e Abaixo do <i>Packer</i> de Teste . . . . .	25
3.2.3	Carregamento Axial . . . . .	26
3.2.3.1	Estado Inicial de Esforços Axiais . . . . .	27
3.2.3.2	Variação de Esforços em Relação ao Estado Inicial . . . . .	32
3.2.4	Estado Triaxial de Tensões . . . . .	39
<b>3.3</b>	<b>Modelo de Resistência a Pressão Interna de <i>Klever-Stewart</i> . . . . .</b>	<b>40</b>
<b>4</b>	<b>CONFIABILIDADE ESTRUTURAL NA ANÁLISE DE REVESTIMENTOS . . . . .</b>	<b>44</b>
<b>4.1</b>	<b>Introdução . . . . .</b>	<b>44</b>
<b>4.2</b>	<b>Probabilidade de Falha Condicional a um Caso de Carregamento . .</b>	<b>45</b>
<b>4.3</b>	<b>Conceitos Básicos sobre a Probabilidade de Falha . . . . .</b>	<b>46</b>
<b>4.4</b>	<b>Métodos para Estimar a Probabilidade de Falha . . . . .</b>	<b>48</b>



4.4.1	Simulação Monte Carlo . . . . .	48
4.4.2	Índice de Confiabilidade . . . . .	50
4.4.3	<i>First Order Reliability Method - FORM</i> . . . . .	53
4.4.3.1	Transformação de Variáveis . . . . .	55
4.4.3.2	Determinação do Ponto de Projeto . . . . .	57
4.4.3.3	Algoritmo de Análise de Confiabilidade pelo Método <i>FORM</i> . . . . .	57
4.4.4	<i>Second Order Reliability Method - SORM</i> . . . . .	59
<b>4.5</b>	<b>Confiabilidade de Sistemas</b> . . . . .	<b>59</b>
<b>4.6</b>	<b>Confiabilidade de um Contínuo</b> . . . . .	<b>62</b>
<b>4.7</b>	<b>Metodologia para Cálculo da Confiabilidade Estrutural de uma Coluna de Revestimentos</b> . . . . .	<b>64</b>
4.7.1	Determinação do Ponto Crítico . . . . .	65
4.7.2	Seleção dos Modelos de Falha . . . . .	66
4.7.3	Seleção das Variáveis Aleatórias . . . . .	66
4.7.4	Seleção do Método de Cálculo da Probabilidade de Falha . . . . .	67
4.7.5	Cálculo da Probabilidade de Falha . . . . .	67
4.7.6	Determinação do TRL . . . . .	69
4.7.7	Dimensionamento . . . . .	69
<b>5</b>	<b>APLICAÇÃO</b> . . . . .	<b>71</b>
<b>5.1</b>	<b>Descrição do Caso</b> . . . . .	<b>71</b>
<b>5.2</b>	<b>Determinação do Ponto Crítico</b> . . . . .	<b>72</b>
<b>5.3</b>	<b>Especificação da Função de Falha</b> . . . . .	<b>73</b>
5.3.1	Solicitação . . . . .	74
5.3.2	Resistência . . . . .	76
5.3.3	Caracterização das Variáveis . . . . .	80
5.3.4	Síntese . . . . .	82
<b>5.4</b>	<b>Cálculo da Probabilidade de Falha (<i>FORM</i>)</b> . . . . .	<b>85</b>
5.4.1	Correlações entre as Variáveis de Entrada . . . . .	85
5.4.2	Seleção do Ponto de Partida . . . . .	86
5.4.3	Busca do Ponto de Projeto . . . . .	87
5.4.4	Cálculo da Probabilidade de Falha . . . . .	89
5.4.5	Análise dos Resultados . . . . .	90
5.4.5.1	Comparação com o cálculo determinístico . . . . .	90
5.4.5.2	Fatores de Importância . . . . .	91
<b>5.5</b>	<b>Simulação Monte Carlo</b> . . . . .	<b>91</b>
5.5.1	Comprovação da Hipótese de Sistema em Série . . . . .	95
<b>5.6</b>	<b>Comparação com o Sistema de Confiabilidade de Revestimentos - SCORE</b> . . . . .	<b>97</b>

<b>5.7</b>	<b>Análise de Sensibilidade</b> . . . . .	<b>98</b>
5.7.1	Dispersão dos Carregamentos . . . . .	98
5.7.2	Tamanhos Relativos dos Domínios das Funções de Falha . . . . .	99
<b>5.8</b>	<b>Discussão</b> . . . . .	<b>103</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>107</b>
<b>6.1</b>	<b>Próximos Passos</b> . . . . .	<b>109</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>111</b>
	<b>GLOSSÁRIO</b> . . . . .	<b>114</b>

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de poço de petróleo. Fonte: Souza (2015, p. 5) . . . . .	15
Figura 2 – Perfil de pressão para $P_{\text{sapata}} > P_{\text{fratura}}$ . Fonte: Souza (2015, p. 36) . .	19
Figura 3 – Perfil de pressão para $P_{\text{sapata}} < P_{\text{fratura}}$ . Fonte: Souza (2015, p. 37) . .	19
Figura 4 – Perfil de pressão interna para $P_{SCPS} \geq 10$ ksi (sapata sem fratura). Fonte: Souza (2015, p. 42) . . . . .	20
Figura 5 – Perfil de pressão interna para $P_{SCPS} < 10$ ksi (sapata sem fratura). Fonte: Souza (2015, p. 40) . . . . .	21
Figura 6 – Perfil de pressão anular para o caso em que a sapata anterior não é coberta pelo cimento. Fonte: Souza (2015, p. 25) . . . . .	21
Figura 7 – Perfil de pressão anular para o caso em que a sapata anterior é coberta pelo cimento. Fonte: Souza (2015, p. 26) . . . . .	22
Figura 8 – Perfil de pressão após fechamento do poço em carregamento de <i>tubing leak</i> . Fonte: Souza (2015, p. 43) . . . . .	23
Figura 9 – Perfil de pressão após esvazimento completo. Fonte: Souza (2015, p. 18)	25
Figura 10 – Perfil de pressão <i>above and below packer</i> com zona salina. Fonte: Souza (2015, p. 23) . . . . .	26
Figura 11 – Perfis de pressão inicial logo após o deslocamento da pasta de cimento. Fonte: Souza (2015, p. 47) . . . . .	27
Figura 12 – Perfis de pressão inicial após a pega da pasta de cimento. Fonte: Souza (2015, p. 47) . . . . .	28
Figura 13 – Perfil de temperatura <i>undisturbed</i> . Fonte: Souza (2015, p. 46) . . . . .	29
Figura 14 – Perfil inicial de força axial típico. Fonte: Souza (2015, p. 47) . . . . .	30
Figura 15 – Decomposição das forças axiais atuantes na coluna de revestimentos. Linha azul representa o peso próprio e vetores vermelhos representam forças concentradas. Fonte: Souza (2015, p. 48) . . . . .	31
Figura 16 – Exemplo de perfil de temperatura inicial e de produção. Fonte: Souza (2015, p. 52) . . . . .	34
Figura 17 – Efeito Pistão. Fonte: Souza (2015, p. 57) . . . . .	36
Figura 18 – Diagrama de corpo livre do Efeito Pistão. Fonte: Souza (2015, p. 59) . .	37
Figura 19 – Efeito Balão. Fonte: Souza (2015, p. 63) . . . . .	38
Figura 20 – Formulação de <i>Klever-Stewart</i> . Fonte: ISO TR 10400 (2007) . . . . .	42
Figura 21 – Exemplo de uma função de falha. Fonte: Sagrilo (2007) . . . . .	46
Figura 22 – Probabilidade de falha. Fonte: Sagrilo (2007) . . . . .	47
Figura 23 – Representação geométrica de $\beta$ . Fonte: Sagrilo (2007) . . . . .	52
Figura 24 – Exemplos de sistema com duas funções de falha. Fonte: Sagrilo (2007)	60

Figura 25 – Esquematização do poço 1-LMN-1-RJS . . . . .	72
Figura 26 – Perfil de carregamentos ao longo do revestimento. . . . .	73
Figura 27 – Perfil probabilístico de gradiente de poros . . . . .	81
Figura 28 – Domínio de falha $F_{1,2}$ . . . . .	84
Figura 29 – Resultados da Simulação Monte Carlo utilizando carregamento determinístico . . . . .	93
Figura 30 – Perfil de carregamentos probabilísticos ao longo do revestimento . . . .	93
Figura 31 – Resultados da simulação de Monte Carlo utilizando carregamento probabilístico . . . . .	94
Figura 32 – Superposição dos resultados da simulação de Monte Carlo para carregamentos determinísticos e aleatórios . . . . .	95
Figura 33 – Conjunto de Vedação Universal . . . . .	117
Figura 34 – Tipos de trajetória . . . . .	127

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Níveis de dimensionamento. Adaptada de: N-2752 (2014) . . . . .	16
Tabela 2 – Relação entre a amplitude do intervalo de incerteza e a constante $C$ . . .	50
Tabela 3 – Relação entre a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade . . .	53
Tabela 4 – Coluna de revestimentos . . . . .	71
Tabela 5 – Distribuições de probabilidade referentes às características da junta tubular. Fonte: ISO TR 10400 (2007) . . . . .	80
Tabela 6 – Distribuições de probabilidade referentes ao carregamento de preenchimento do poço com fluido do reservatório. . . . .	80
Tabela 7 – Distribuições de probabilidade referentes ao gradiente de poros . . . . .	82
Tabela 8 – Distribuições de probabilidade referentes ao gradiente de fratura . . . . .	82
Tabela 9 – Funções de falha . . . . .	83
Tabela 10 – Iterações do <i>FORM</i> . . . . .	87
Tabela 11 – Fatores de importância para cada simulação . . . . .	91
Tabela 12 – Fatores de omissão para cada simulação . . . . .	92
Tabela 13 – Correlação entre seções da coluna de revestimentos ( $N_{s,c} = 992755$ ) . . .	96
Tabela 14 – Carregamentos determinísticos utilizados no Sistema de Confiabilidade de Revestimentos (SCORE) . . . . .	97
Tabela 15 – Probabilidade de falha e fatores de importância combinados das variáveis geológicas . . . . .	100
Tabela 16 – Frações do domínio da função de falha $G$ completa . . . . .	101
Tabela 17 – Sensibilidade da probabilidade de falha às probabilidades de fratura e de alívio . . . . .	102
Tabela 18 – Comparação entre os casos com carregamento determinístico e probabilístico . . . . .	103
Tabela 19 – Estudos futuros . . . . .	109

# Lista de abreviações

**SCORE** Sistema de Confiabilidade de Revestimentos.

**AFE** *annular fluid expansion.*

**APB** *annulus pressure buildup.*

**BOP** *blowout preventer.*

**CVU** conjunto de vedação universal.

**DLS** *dog leg severity.*

**EMW** *equivalent mud weight.*

**ERW** *extended reach wells.*

**FTA** *Fault Tree Analysis.*

**FORM** *First Order Reliability Method.*

**CDF** função cumulativa de probabilidades.

**PDF** função densidade de probabilidade.

**HPHT** *high pressure and high temperature.*

**LDA** lâmina d'água.

**LRFD** *Load and Resistance Factor Design.*

**MD** *measured depth.*

**QPG** quadro de previsão geológica.

**QRA** *quantitative risk analysis.*

**RBD** *Reliability Based Design.*

**SORM** *Second Order Reliability Method.*

**TRL** *target reliability level.*

**TFR** teste de formação a poço revestido.

**TOC** topo do cimento.

**TVD** *true vertical depth.*

**WSD** *Working Stress Design.*

**WCD** *worst case discharge.*

# Lista de símbolos

$\beta$

Índice de confiabilidade de uma variável normalmente distribuída.

$\hat{i}_N, \hat{i}_E, \hat{i}_z$

Vetores-base do sistema de coordenadas Cartesiano.

$C_{iR}$

Variável que representa a dispersão causada pela diferença entre o modelo e a realidade.

$D$

Diâmetro externo da junta de revestimento.

$E$

Módulo de elasticidade ou módulo de Young de um material.

$f_{flut}$

Fator que multiplica um peso específico calculado no ar de forma a representar o peso específico ao ser imerso em um fluido.

$f_u$

Tensão de ruptura de um material.

$F_X(\tilde{x})$

Função cumulativa de probabilidades genérica, com parâmetros  $\tilde{x}$ .

$f_X(\tilde{x})$

Função densidade de probabilidade genérica, com parâmetros  $\tilde{x}$ .

$G(\cdot)$

Função de falha no espaço original.

$g(\cdot)$

Função de falha no espaço reduzido.

$\gamma_f$ 

Gradiente de pressão do fluido do poço.

 $\gamma_{zi}$ 

Gradiente de pressão do fluido invasor em carregamentos de pressão interna.

 $M$ 

Matriz genérica.

 $\Phi(\cdot)$ 

Função cumulativa de probabilidades normal padrão.

 $\phi(\cdot)$ 

Função densidade de probabilidade normal padrão.

 $\nu$ 

Coefficiente de Poisson de um material.

 $\rho$ 

Matriz de correlação entre variáveis aleatórias.

 $P$ 

Matriz de correlação entre funções de falha.

 $\rho_{frat}$ 

Gradiente de fratura representado em função da profundidade.

 $\rho_{poros}$ 

Pressão de poros representada em função da profundidade.

 $\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}$ 

Vetores-base do sistema de coordenadas de Serret-Frenet.

 $t$ 

Espessura da parede de uma junta de revestimento.

 $t_{min}$ 

Espessura da parede de uma junta de revestimento descontada da menor trinca que a técnica de inspeção de tubulares consegue detectar.



$\tilde{U}$ 

Vetor contendo variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade arbitrárias em uma função de falha. O espaço vetorial gerado por  $\underline{U}$  é chamado de espaço original.

 $\tilde{v}$ 

Vetor genérico.

 $\hat{v}$ 

Vetor unitário genérico.

 $\tilde{V}$ 

Vetor contendo variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade normais padrão em uma função de falha. O espaço vetorial gerado por  $\underline{V}$  é chamado de espaço reduzido.

# 1 Introdução

A atividade de perfuração de poços passa por um processo contínuo de aprimoramento, de forma a viabilizar a exploração de petróleo em cenários cada vez mais desafiadores. Desde 1859, quando Cel. Drake utilizou métodos percussivos para perfurar o primeiro poço de petróleo, com profundidade final de 30 m (OWEN, 1975), até os dias atuais, a atividade de perfuração passou por muitas mudanças de paradigma e progressos técnicos que permitiram a construção de poços que alcançam objetivos de até 7,5 km de profundidade.

Entre os inúmeros processos sujeitos a constantes mudanças de paradigma está o projeto de revestimentos. Os revestimentos de poços nada mais são que tubos com diâmetro próximo ao do poço aberto que, entre outras funções, objetivam conferir estabilidade à estrutura, possibilitando a perfuração das fases seguintes, bem como a produção do petróleo contido nos reservatórios com segurança.

Segundo Payne e Swanson (1990), a premissa básica de qualquer projeto de revestimentos de poços de petróleo é equilibrar a confiabilidade da coluna escolhida com seu custo. Em outras palavras, projetar uma coluna de revestimentos envolve escolher as juntas mais baratas que, quando submetidas aos carregamentos atuantes em poços de petróleo, apresentam baixa probabilidade de falha.

## 1.1 Motivação e Objetivos

Os projetos de revestimentos de poços de petróleo são tipicamente baseados na filosofia conhecida na indústria como *Working Stress Design (WSD)*. A abordagem *WSD* é baseada em calcular os esforços observados durante a vida normal da estrutura e minorar a resistência a tais esforços por um fator de segurança pré-determinado. O dimensionamento busca, assim, determinar as características da estrutura de tal forma que as deformações às quais a mesma será submetida sejam sempre elásticas. A determinação do fator de segurança adequado é feita com base nas consequências previstas para cada modo de falha (e.g. deterioração da imagem da empresa, perda do investimento feito pela empresa na estrutura, danos ao meio ambiente, perda de vidas humanas, entre outros) e na frequência com que cada modo de falha ocorre.

A abordagem *WSD* é uma versão mais simples e geralmente mais conservadora da abordagem *Load and Resistance Factor Design (LRFD)*, utilizada rotineiramente no

dimensionamento de estruturas. Segundo McCormac (2008), a abordagem *LRFD* busca descrever a condição na qual uma estrutura sofre falha, deixando de cumprir seu papel estrutural. A abordagem *LRFD* apresenta dois aspectos, a saber:

1. A **resistência** última da estrutura não deve ser excedida. Os esforços devem ser dimensionados de forma que não ultrapassem o limite último da estrutura; e
2. A **manutenabilidade** e a **usabilidade** da estrutura não devem ser comprometidas. Para tal, os esforços devem ser dimensionados de forma que o tamanho das fraturas observadas nos materiais, as deflexões máximas e as vibrações se mantenham em níveis aceitáveis.

A abordagem *WSD* difere da abordagem *LRFD* em dois aspectos:

1. A abordagem *LRFD* dimensiona os esforços de forma que não ultrapassem o limite último (plástico) da estrutura, enquanto que na abordagem *WSD* os esforços não excedem o limite elástico da mesma; e
2. Na abordagem *WSD*, assume-se por hipótese que a circunscrição dos esforços ao limite elástico da estrutura garante que sua manutenabilidade e usabilidade não serão comprometidas. Por esse motivo, estes aspectos da abordagem *LRFD* não são analisados na abordagem *WSD*.

Deve-se observar que o paradigma de projeto baseado em fatores de segurança apresenta um grande obstáculo: a introdução de margens de segurança inadequadas ao processo de dimensionamento de revestimentos pode comprometer todo o projeto. Por um lado, projetos nos quais as resistências calculadas são minoradas em excesso devido a um maior coeficiente de segurança representam um dispêndio extra de:

**material:** tubos de maior espessura e com grau de aço maior são mais caros;

**recursos operacionais e logísticos:** tubos mais pesados representam dificuldade extra de manuseio, resultando em gasto extra de tempo ao longo de toda a cadeia logística, inclusive de tempo de sonda; e

**recursos humanos:** tais tubos mais resistentes são raramente utilizados, de forma que uma avaliação operacional mais cuidadosa se faz necessária, requerindo mais técnicos experientes.

Além disso, a seleção de fatores de segurança arbitrariamente altos pode inviabilizar a construção do poço, a depender dos carregamentos aos quais o mesmo estará submetido.

Por outro lado, projetos nos quais as resistências calculadas não são minoradas o suficiente representam um aumento na probabilidade de falha da estrutura de revestimentos, dado que há incertezas inerentes ao dimensionamento de juntas tubulares.

Fundamentalmente, a utilização de fatores de segurança é consequência da incerteza ao redor do processo de dimensionamento de revestimentos. Tal incerteza se manifesta de várias maneiras:

**Aspectos aleatórios:** Variações nos processos de fabricação do tubo, resultando em propriedades variáveis, e carregamentos aleatórios, que englobam incertezas geológicas, atuantes no poço; e

**Aspectos epistêmicos:** Dificuldades contratuais de obtenção de dados de fabricação, dificultando a quantificação da incerteza.

A abordagem *WSD* não quantifica formalmente o risco inerente a cada projeto, ignorando formas sistemáticas e científicas de quantificação de incertezas (ANG; TANG, 2007). Os fatores de segurança utilizados na concepção de projetos *WSD* não refletem nenhum aspecto concreto do risco associado ao mesmo; são fatores abstratos cuja origem é frequentemente desconhecida, mas que buscam capturar a melhor estimativa do risco. O projeto resultante é, em geral, conservador em excesso, acarretando custos mais altos do que o necessário, conforme mostra a experiência.

Em consequência de não quantificar o risco inerente a cada projeto, a abordagem *WSD* não permite comparação quantitativa entre dois projetos distintos, tanto em termos de risco quanto de custo. Um projeto cujo fator de segurança para um determinado carregamento é 1,1 é claramente mais seguro que outro projeto no qual o fator de segurança para o mesmo carregamento é 1,05, mas o quão mais seguro o primeiro é em relação ao segundo? Se o primeiro acarretar maiores custos, qual dos dois representa o melhor custo-benefício?

Além disso, a cultura corporativa que se desenvolve ao redor da abordagem *WSD* é prejudicial à segurança operacional na medida em que estimula decisões binárias que ignoram nuances e riscos invisíveis. Conscientes de que a diferença entre dois fatores de segurança está relacionada de forma não-linear à diferença entre probabilidades de falha, os tomadores de decisão se adaptam, focando apenas em valores mínimos arbitrários que devem ser respeitados sem que se conheça sua origem. Em um ambiente onde o fator de segurança estipulado como aceitável é 1,2, um projeto cujo fator de segurança calculado seja 1,21 será aprovado sem verificação adicional das premissas de projeto e dos riscos invisíveis inerentes às mesmas. De forma análoga, um projeto cujo fator de segurança calculado seja 1,19 será rejeitado, por menor que seja a diferença entre os riscos inerentes, a qual não é quantificável segundo os preceitos da filosofia *WSD*.

Por fim, a utilização da abordagem *WSD* é uniforme; não há diferenciação entre contextos nos quais o projeto se insere. Por exemplo, segundo Adams et al. (1993), o risco associado à utilização dos materiais é dependente da diferença entre suas tensões de escoamento e última. Essa diferença é mais expressiva em aços de menor grau (J-55 e N-80, por exemplo) do que em aços de maior grau (V-150, entre outros). Como o fator de segurança considerado para o dimensionamento dos revestimentos, da forma como atualmente selecionado, não depende do grau do aço a ser usado, projetos que utilizam aços de maior grau são inerentemente mais arriscados. O risco se torna maior ainda ao se considerar aços não-API, como por exemplos aços resistentes à corrosão.

Diante do exposto, uma alternativa à abordagem *WSD* se faz necessária. Uma destas alternativas é o **Projeto Baseado na Confiabilidade** ou *Reliability Based Design (RBD)*, conhecido também na indústria de forma mais genérica como **Análise Quantitativa de Risco** ou *quantitative risk analysis (QRA)*. Segundo Hinton (1998) e Keilty e Rabia (1996), essa abordagem é baseada na quantificação de todos os riscos associados a um projeto estrutural, riscos estes traduzidos em indicadores que norteiam as decisões de projeto. O principal desses indicadores é a probabilidade de falha do projeto.

A grande vantagem de projetos baseados no conceito de *RBD* é a facilidade de calibração do perfil de risco. A probabilidade de falha aceitável para os gestores do projeto refletirá sua aversão ao risco; quanto menor a probabilidade de falha aceitável, mais aversão ao risco será embutida no projeto, com o consequente aumento do custo do mesmo.

Para que os riscos sejam quantificados com precisão, no entanto, a concepção de projetos de revestimento baseados no conceito *RBD* requer a descrição precisa das distribuições estatísticas de todas as variáveis envolvidas no dimensionamento de revestimentos. As variáveis relevantes tem natureza diversa, como por exemplo:

**Geometria das juntas de revestimento:** Diâmetro externo, espessura de parede, ovalização e excentricidade;

**Aspectos geológicos:** Pressão de porose gradiente de fratura da rocha; e

**Incerteza nos modelos:** Incertezas inerentes aos modelos selecionados para representar a resistência e os carregamentos.

As imperfeições e parâmetros estatísticos referentes às variáveis pertencentes à primeira categoria são naturalmente controladas durante o processo de fabricação dos tubos por motivos de controle de qualidade. Dessa forma, os dados necessários para a descrição probabilística dessas variáveis são gerados previamente e estão disponíveis para processamento. A norma API TR 5C3 (2008), duplicada da norma ISO TR 10400 (2007),

apresenta distribuições estatísticas de referência para as variáveis dessa categoria, baseadas em testes feitos quando da concepção de tais normas.

As distribuições estatísticas referentes às variáveis pertencentes à segunda categoria estão associadas a uma grande dificuldade de quantificação. As variáveis relevantes, como pressão de poros e gradiente de fratura, não são rotineiramente medidas em campo em vista do alto custo associado a essa medição, de forma que a utilização de modelos geológicos que descrevam tais variáveis se faz necessária. Esses modelos geológicos são, por sua vez, baseados em levantamentos sísmicos, bem como em perfis elétricos e perfis mecânicos, estes últimos realizados em poços de correlação. No entanto, os poços de correlação estão por vezes localizados a grandes distâncias do poço a ser construído. Além disso, a resolução do levantamento sísmico é, por vezes, insuficiente para descrever com precisão os horizontes geológicos que serão perfurados. Por fim, há grande incerteza nos modelos utilizados para interpretação dos mapeamentos sísmicos. Por esses motivos, os modelos geológicos embutem em si grande incerteza.

Por fim, as distribuições estatísticas referentes às variáveis pertencentes à terceira categoria dependem de testes de calibração, nos quais os tubos são levados à falha e as variáveis que descrevem a **incerteza de modelo** são calibradas de forma que o mesmo reflita o resultado dos testes. A norma API TR 5C3 (2008) descreve os modelos de referência a serem utilizados no dimensionamento de revestimentos, bem como suas incertezas associadas.

Tendo em vista a importância de aplicar a abordagem *RBD* no dimensionamento de revestimentos, o objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia para calcular a probabilidade de falha de uma coluna de revestimentos de poços de petróleo, utilizando um modelo de resistência probabilístico baseado no estado limite último da estrutura e um modelo probabilístico para os carregamentos geológicos. A solução completa do problema (envolvendo a modelagem probabilística dos carregamentos e da resistência dos tubos) será comparada com a solução considerando apenas a resistência probabilística, de forma a demonstrar a importância de quantificar a incerteza embutida nas cargas. A metodologia desenvolvida poderá ser então utilizada futuramente no dimensionamento baseado na abordagem *RBD*.

## 1.2 Estrutura do Texto

Este trabalho é dividido em 5 capítulos, além da introdução (Capítulo 1) e das Referências Bibliográficas.

O Capítulo 2 apresentará uma revisão bibliográfica sobre as publicações científicas que tratam do tema de dimensionamento probabilístico de revestimentos, de forma a

direcionar a linha de estudo adotada.

O Capítulo 3 introduzirá brevemente o tema do dimensionamento de revestimentos de poços de petróleo, incluindo métodos, critérios e hipóteses assumidas nos modelos utilizados. Em seguida, o Capítulo 4 detalhará algumas das metodologias de análise de Confiabilidade Estrutural que permitem levar em consideração a variabilidade estatística das variáveis que fazem parte dos modelos no dimensionamento dos revestimentos, finalizando com a metodologia desenvolvida neste trabalho na Seção 4.7.

Em seguida, o Capítulo 5 utilizará um exemplo prático e discutirá os resultados obtidos, comparando-os na Seção 5.8 com modelos nos quais os carregamentos são tratados como determinísticos. Essa comparação objetiva verificar se o trabalho para quantificar a incerteza embutida nos carregamentos aos quais o poço estará submetido é justificado por ganhos de tempo ou reduções de custo no dimensionamento de revestimentos. Além disso, o Capítulo 5 analisará a solução obtida para melhor direcionar os esforços de caracterização estatística das variáveis de entrada.

Por fim, o Capítulo 6 descreverá as conclusões alcançadas pelo autor e sugerirá temas a serem estudados no futuro.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Análise Quantitativa de Risco

Os primeiros estudos envolvendo análise estatística da medição das propriedades de juntas tubulares datam da década de 70 (BRADLEY, 1975a; BRADLEY, 1975b; NILSEN et al., 2001). No entanto, apenas em meados da década de 90 tais estudos começaram a ser aplicados no dimensionamento probabilístico de revestimentos de poços de petróleo. Keilty e Rabia (1996) descrevem o processo básico de construção de um modelo baseado nos preceitos da *QRA*, chamando especial atenção aos vários níveis de implementação de tal abordagem. A implementação da filosofia *QRA* em projetos de poço pode envolver apenas recalibração dos fatores de segurança utilizados; pode envolver alterar as equações de resistência utilizadas, de forma a aplicar fatores de segurança individuais para cada variável de interesse; ou pode envolver mudança completa da abordagem *WSD*.

Keilty e Rabia (1996) ressaltam também as dificuldades em implementar modelos baseados na filosofia *RBD*. O principal ponto levantado pelos autores se refere aos dados disponíveis. Visto que os fatores de segurança utilizados correntemente são altamente conservadores, o número de falhas observáveis é baixo, o que dificulta a validação de quaisquer modelos baseados em uma filosofia *RBD*. O problema é exacerbado em casos de projetos mais desafiadores, como poços de alta pressão e/ou alta temperatura (*HPHT*) e poços de longo alcance (*ERW*), nos quais a coluna de revestimentos é submetida a carregamentos de maior magnitude.

Além da dificuldade de implementação dos modelos, Hinton (1998) levanta objeções à utilização da filosofia *RBD* no que tange a segurança operacional. O autor argumenta que há o risco de engenheiros de revestimentos utilizarem os modelos *RBD* sem a devida crítica às hipóteses embutidas nos mesmos. Isso deriva do nível de complexidade dos modelos, frente a simplicidade da filosofia *WSD*. Alguns conceitos necessários à compreensão da filosofia *RBD* não são imediatamente intuitivos; por exemplo, a idéia de probabilidade de falha associada à área de superposição entre duas distribuições, ou mesmo a calibração do modelo através de Simulação Monte Carlo. Uma vez que não é razoável esperar que os envolvidos (tanto os engenheiros de revestimento, quanto os operadores que executam o projeto) tenham formação específica em Estatística, grande investimento em treinamento se faz necessário.

Além disso, Hinton (1998) lembra que, para que a filosofia *QRA* apresente resultados satisfatórios, ela deve ser associada a melhores práticas de controle de qualidade na manufatura, a equações que descrevem a falha das juntas de forma mais acurada, e a



melhores critérios de falha, que levem em consideração efeitos como fragilização por hidrogênio ocorrida em presença de ácido sulfídrico ( $H_2S$ ), por exemplo. O autor argumenta que sem essas melhorias, a metodologia *QRA* introduz riscos aos projetos e que tais melhorias podem ser imediatamente implementadas a projetos *WSD*.

Apesar das ressalvas levantadas por Keilty e Rabia (1996) e Hinton (1998), Miller (1998) descrevem três casos de campo em que a filosofia *QRA* foi aplicada para minimizar custos sem prejuízo à segurança operacional ou ao meio ambiente.

## 2.2 Níveis de Risco Aceitáveis

A definição de níveis aceitáveis de risco, conceito conhecido também por *target reliability level (TRL)*, é uma necessidade direta da adoção da abordagem *RBD* no projeto de revestimentos. No entanto, a literatura é surpreendentemente escassa a respeito do tema.

Adams et al. (1993), em linha com as diretrizes normativas vigentes à época, recomendam adoção de probabilidade de falha alvo de  $10^{-4}$  para eventos de descontrole total do poço (evento conhecido na indústria como *blowout*, o qual acarreta danos graves ao meio ambiente, potencial perda de vidas humanas e grande prejuízo à imagem da companhia responsável) ou  $10^{-2}$  para eventos de interrupção operacional (o qual acarreta custos adicionais, não ameaçando a segurança nem o meio ambiente). Mason e Chandrasekhar (2005), em um dos exemplos utilizados, adotam similarmente probabilidade de falha alvo de  $10^{-4}$ .

Adams e Glover (1998), por outro lado, evitam determinar números específicos, preferindo orientar o leitor a respeito do processo de determinação do *TRL*. Nesse trabalho, a escolha dos *TRLs* foi feita através da combinação de três técnicas: análise de curvas F-N, de riscos individuais (onde os riscos de cada aspecto do projeto são deliberados de forma independente, para então serem agregados) e de árvores de falha (*FTA*). Os *TRLs* foram calibrados levando em consideração a consequência de cada possível falha, já que se espera que falhas com consequências mais graves sejam menos prováveis de acontecer.

Adams e Hodgson (1999) buscam atacar o problema de um outro ângulo, realizando uma análise de sensibilidade da probabilidade de falha alvo em função dos fatores de segurança estipulados. A conclusão alcançada é que os fatores de segurança utilizados amplamente na indústria para carregamentos impostos por um influxo indesejado de fluido do reservatório para o interior do poço (*kick*) representam condições ultra-conservadoras, equivalendo por vezes a *TRLs* menores que  $10^{-8}$ .

A diretriz normativa NOR-SOK D-010 (2004) determina que a probabilidade de falha não deve ser maior que  $10^{-3,5}$ , ou 0,032%. No entanto, sua revisão NOR-SOK D-010 (2013) não menciona um valor de *TRL* específico; em substituição, uma tabela com fatores de

segurança é fornecida ao leitor. As diretrizes normativas atuais, representadas principalmente pelo relatório técnico ISO TR 10400 (2007), também não relacionam níveis aceitáveis de risco, limitando-se a transferir aos tomadores de decisão a responsabilidade pelo processo para calculá-los. No entanto, os coeficientes utilizados na equação que descreve o limite ao colapso das juntas tubulares, utilizados amplamente por todos os *players* do mercado, foram escolhidos com base em uma probabilidade de falha de 0,5%, equivalente a  $10^{-2,3}$ . Vale ressaltar que, uma vez que as consequências de uma falha por colapso (perda do poço) são bem mais brandas que as de uma falha por pressão interna (*blowout*, perdas de vidas humanas, poluição do meio marinho, perdas materiais severas, entre outros), a probabilidade de falha alvo deve ser diferente para cada contexto, como já exposto na Seção 1.1.

## 2.3 Modelos de Resistência de Juntas Tubulares e de Carregamentos de Poço

Payne e Swanson (1990) propõem um modelo probabilístico para determinação da resistência de revestimentos extremamente simplificado, mas que demonstra claramente que a relação entre o fator de segurança de um projeto e a confiabilidade do mesmo é altamente não-linear. Adams et al. (1993) expandem o modelo proposto por Payne e Swanson (1990), levando em consideração as variáveis mais relevantes para o problema (grau do aço, tensão de escoamento do mesmo, geometria das juntas tubulares, entre outros), e propõem um algoritmo para calibrar os fatores de segurança do projeto com base em alvos para a probabilidade de falha dependendo da classificação do poço (exploratório ou de desenvolvimento). Adams et al. (1993) mostram que a aplicação do método *WSD*, tal como feita atualmente, é inadequada pois ignora que diferentes fatores de segurança são requeridos para diferentes contextos; por exemplo, os autores citam aços de alto grau vs. aços de baixo grau, poços com *DLS* alto vs. poços verticais e poços exploratórios vs. poços de desenvolvimento. Gouveia (2014) soluciona parcialmente o problema de confiabilidade estrutural, propondo uma metodologia para cálculo da probabilidade de falha de uma coluna de revestimentos, baseando-se em um modelo probabilístico para a resistência, porém mantendo determinísticas as variáveis que influenciam o carregamento.

Além dos modelos de falha mecânica de juntas tubulares, modelos que descrevem o comportamento de algum fenômeno que possa ocorrer no ambiente do poço são úteis na propagação de incertezas inerentes aos carregamentos impostos aos revestimentos. Por exemplo, Mason e Chandrasekhar (2005) propõem um modelo que descreve o comportamento de um *kick* ao adentrar o poço, desde sua miscibilidade com o fluido de perfuração presente até sua interação com o sistema de cabeça de poço submarino (SCPS). O modelo proposto é baseado em limitações físicas do sistema do poço e foi validado com base em dados aquistados por Booth (1994 apud MASON; CHANDRASEKHAR, 2005) e

Tallin et al. (2000).

Outro exemplo de modelos utilizados no processo de dimensionamento dos revestimentos e que apresentam incertezas são os modelos geológicos, necessários para relacionar as propriedades sísmicas e perfis elétricos das formações às variáveis de interesse (pressão de poros e gradiente de fratura, entre outras). Liang (2002) utiliza o modelo de Eaton, largamente adotado pela indústria para previsão de pressão de poros, para propor um método de caracterização do carregamento imposto pela pressão de poros e pelo gradiente de fratura. Doyen et al. (2003) propõem um modelo geoestatístico baseado no trabalho de Sayers et al. (2003 apud DOYEN et al., 2003). É realizado um cálculo geomecânico tridimensional (3D MEM), que divide o volume rochoso de interesse em *voxels* e calcula, com base na interpolação de medições de superfície e subsuperfície, distribuições de probabilidades das variáveis de entrada do modelo em cada *voxel*. De posse dessas distribuições, o modelo utiliza o método de simulação de Monte Carlo para propagar a incerteza e propor uma distribuição de probabilidades para a pressão de poros.

## 2.4 Quantificação de Incerteza

A quantificação de incertezas é um domínio do conhecimento em si próprio, com técnicas e metodologias que podem ser generalizadas para diversos campos da Engenharia. Ang e Tang (2007) e Beer e Liebscher (2007) apontam algumas estratégias, baseadas em técnicas estatísticas frequentistas e lógica *fuzzy*, respectivamente, para lidar com a quantificação de incertezas em ambientes caracterizados por

1. escassez de dados;
2. dados inconsistentes e/ou imprecisos; e
3. dados obtidos em circunstâncias e contextos distintos, dificultando a comparação direta entre si.

Tais ambientes são similares àqueles nos quais o projeto de revestimentos se insere. Frequentemente, os dados para cálculo de distribuições de probabilidade das variáveis que influenciam o dimensionamento de revestimento são escassos, pois a metodologia atualmente adotada na grande maioria dos projetos de revestimentos não depende da coleta de tais dados. Não há, portanto, incentivo para que as empresas de petróleo consumam seus recursos (financeiros e humanos) para obtenção dos mesmos.

Além disso, os dados existentes são, muitas vezes, inconsistentes e/ou imprecisos. Os métodos e tecnologias empregados para aquisição desses dados embutem margens de erro que, por vezes, os inutilizam. Beer et al. (2013) fazem um apanhado de técnicas difundidas

no campo do conhecimento da Confiabilidade que buscam amenizar esse problema, indo desde metodologias Bayesianas até lógica *fuzzy*. Os autores ainda propõem uma solução baseada em probabilidades de segunda ordem, na qual a própria probabilidade de falha é uma variável aleatória e, portanto, descrita como uma distribuição de probabilidades.

Por fim, justamente pela dificuldade envolvida na aquisição de dados relevantes, os técnicos se vêem forçados a integrar dados díspares, como dados de áreas inseridas em diferentes contextos geológicos ou dados colhidos em dois momentos distintos da vida do poço. Tais dados podem, por regressão à média, mascarar a real variabilidade das variáveis de interesse, prejudicando a quantificação de incertezas.

#### 2.4.1 Incertezas na Resistência

A quantificação do risco embutido no cálculo da resistência das juntas tubulares é relativamente simples. Dados colhidos por Adams et al. (1993) mostram que as variáveis de interesse (diâmetros interno e externo, espessura de parede, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) apresentam dispersão aproximadamente Gaussiana; Miller (1998) utiliza variáveis normais em seu modelo de resistência. para descrever A norma ISO TR 10400 (2007) lista distribuições de probabilidade para as variáveis que compõem os modelos presentes no documento. Gouveia et al. (2014a) e Gouveia (2014) fazem um apanhado de métodos de avaliação probabilística de projetos de revestimentos, com foco na especificação da incerteza da resistência dos mesmos.

No entanto, há aspectos da avaliação da resistência que ainda não estão equacionados pela indústria. Keilty e Rabia (1996) ressaltam a análise da resistência das conexões como um desses aspectos. Obviamente não basta analisar somente a resistência do corpo das juntas tubulares; é necessário avaliar se as conexões também resistem aos carregamentos impostos. No caso de uma análise probabilística, é necessário levantar a distribuição de probabilidade da resistência das conexões. No entanto, os modelos de resistência para conexões rosqueadas são consideravelmente mais complexos que os para o corpo dos tubos, o que dificulta sobremaneira a aplicação de métodos como o *First Order Reliability Method (FORM)* ou *Second Order Reliability Method (SORM)*. A referência normativa ISO 13679 (2002) não apresenta nenhum modelo probabilístico para a resistência de conexões rosqueadas.

#### 2.4.2 Incertezas no Carregamento

Os carregamentos aos quais os poços são submetidos são, em sua quase totalidade, de origem geológica. A Geoestatística, ramo da Estatística focado em conjuntos de dados espaciais e espaço-temporais, é descrita e estudada nos textos de referência de Journel e Huijbregts (2003) e Goovaerts (1997).

No entanto, a literatura especializada em projetos de revestimentos de poços ainda é reticente no que tange à quantificação do risco embutido no carregamento imposto ao revestimento. Os poucos resultados disponíveis são contraditórios e, por sua escassez, inconclusivos. Por exemplo, Keilty e Rabia (1996) e Miller (1998), embora descrevam a metodologia para quantificar a incerteza embutida no cálculo da resistência, adotam como carregamento valores determinísticos estimados de diversas fontes, ignorando uma fonte de risco considerável.

Alguns autores buscam quantificar variáveis específicas referentes aos diversos carregamentos. Miller (1998), por exemplo, relata um caso de campo em que a pressão de poros foi descrita como variável aleatória, exemplificando a utilização da Simulação Monte Carlo. Adams e Glover (1998) descrevem a pressão de poros e gradiente de fratura através de distribuições normais.

Liang (2002) descreve uma metodologia para estimativa da pressão de poros e pressão de fratura, baseado no modelo de Eaton, concluindo que as mesmas são adequadamente descritas por distribuições normais. Essa conclusão é corroborada por Zhichuan e Baoping (2010), que adotam distribuições normal e lognormal para essas variáveis. Nilsen et al. (2001 apud LIANG, 2002) determinam que o *equivalent mud weight* (EMW) que representa a pressão no fundo do poço também é adequadamente descrito por uma distribuição gaussiana.

No entanto, Doyen et al. (2003), utilizando o modelo geomecânico tridimensional proposto por Sayers et al. (2003 apud DOYEN et al., 2003) e metodologia de propagação de incertezas própria, apresentam ressalvas à conclusão de Liang (2002). Comparando a distribuição normal obtida através da linearização do modelo 3D MEM com uma distribuição inferida a partir do histograma obtido em uma Simulação Monte Carlo Doyen et al. (2003) concluem que a pressão de poros nem sempre pode ser descrita por uma distribuição normal. Algumas das variáveis de entrada guardam relação não-linear com a pressão de poros, de forma que, nos casos em que tais variáveis têm peso maior no resultado, a distribuição é altamente não-normal, apresentando moda (e, por conseguinte, média) e variância significativamente diferentes do calculado pelo método da linearização.

Hinton (1998), em seu levantamento dos possíveis problemas a serem enfrentados por proponentes da abordagem *RBD*, cita a imprevisibilidade do volume de um *kick* como uma fonte de variabilidade de difícil descrição estatística. Adams e Hodgson (1999) demonstram que os volumes de *kick* são bimodais, ou seja, podem apresentar dois valores típicos. Os *kicks* mais brandos apresentam volume da ordem de dezenas de barris e são independentes da diferença das pressões no interior do poço e do reservatório; já os mais severos, denominados *kicks* escalados, apresentam volumes da ordem de centenas de barris e resultam em pressões altíssimas na cabeça do poço, podendo levar a um *blowout*.

Mason e Chandrasekhar (2005) também buscam descrever o carregamento imposto ao revestimento por um *kick*. Os autores propõem um novo modelo para descrever a interação de um influxo com o sistema do poço. Os dados disponibilizados por Booth (1994 apud MASON; CHANDRASEKHAR, 2005) e Tallin et al. (2000 apud MASON; CHANDRASEKHAR, 2005), que cobrem 20 anos de dados disponíveis para diversas áreas ao redor do mundo, permitiram que Mason e Chandrasekhar (2005) descrevessem todas as variáveis de entrada em termos de suas distribuições de probabilidade. Os autores concluem que algumas das variáveis são melhor caracterizadas por distribuições normais (*e.g.* densidade específica do gás invasor, margem de segurança de *kick* e vazão de bombeio durante a operação de amortecimento do poço), outras por distribuições log-normais (o aumento do volume do *trip tank*) e outras ainda por distribuições Weibull (volume de *kick*, em concordância com Adams e Glover (1998)). Algumas das variáveis são descritas por distribuições mais exóticas, como Gaussiana Inversa (permeabilidade de reservatório) e Logística (pressão de poros e gradiente de fratura).

## 3 Dimensionamento Estrutural de Revestimentos

### 3.1 Introdução

Os poços de petróleo são construídos em fases, sendo o comprimento de cada uma delas definido principalmente com base nas características geológicas das formações a serem perfuradas. Um intervalo aceitável de peso do fluido de perfuração é especificado para cada fase, considerando como limite inferior a pressão de poros e como limite superior, a pressão de fratura.

Ao fim de cada fase, é instalada uma coluna de revestimento no poço, a qual deve estar dimensionada para os carregamentos que podem ocorrer na perfuração da fase seguinte e durante a produção (ou injeção) do poço. O espaço anular entre o revestimento e o poço aberto é cimentado. A cimentação tem o objetivo principal de prover isolamento hidráulico entre as formações cobertas pelo revestimento e as formações a serem perfuradas adiante. A Figura 1 ilustra uma configuração típica de um poço de petróleo, com um número típico de colunas de revestimento.

A depender da fase, os revestimentos são classificados de maneira distinta: revestimento condutor, de superfície, intermediário ou de produção. Por sua vez, com base em sua classificação, a verificação estrutural da coluna de revestimento é avaliada para diferentes carregamentos.

Os carregamentos podem ser classificados segundo diferentes critérios. Um desses critérios é o binômio frequência/severidade associados a eles. Segundo a referência normativa API RP 96 (2013), há duas categorias, os **carregamentos de serviço**<sup>1</sup> e os **carregamentos de sobrevivência**<sup>1</sup>.

A seleção do modelo a ser utilizado para representar os carregamentos deve levar em conta a classificação destas em carregamento de serviço ou sobrevivência. Carregamentos de serviço, por hipótese, são observados rotineiramente durante a vida do poço, de forma que quaisquer imprecisões embutidas no modelo utilizado para representá-los podem resultar em um maior número de falhas. Por esse motivo, modelos conservadores e com grande histórico de utilização em situações de campo são, em geral, favorecidos em projetos envolvendo esse tipo de carregamento.

Por outro lado, carregamentos de sobrevivência, por serem mais raros, representam menor exposição a imprecisões embutidas nos modelos selecionados. Além disso, visto que

---

<sup>1</sup> Ver glossário

Ilustração dos revestimentos de um poço	Denominação
	>>> Cabeça de Poço Submarina
	30 " >>> Condutor
	20 " >>> Revestimento de Superfície
	13 3/8 " >>> Revestimento Intermediário
	10 3/4 " >>> "Tie Back" de Produção
	10 3/4 " >>> "Liner" de Produção
	7" >>> "Liner" de Produção

Figura 1 – Exemplo de poço de petróleo. Fonte: Souza (2015, p. 5)

não há a expectativa de continuidade operacional após a observação de tais carregamentos, modelos mais arrojados são favorecidos.

Diante do exposto, a referência normativa interna adotada pela Petróleo Brasileiro S.A., a N-2752 (2014), compila uma hierarquia de níveis de dimensionamento, associando modelos de resistência e carregamento, conforme mostra a Tabela 1.

A norma N-2752 (2014) prescreve que modelos de resistência baseados em estados limites do material, ou seja, que levam em consideração o efeito do regime plástico em seu critério de falha (níveis C e D), sejam utilizados apenas no dimensionamento a carregamentos de sobrevivência. A maior incerteza associada aos modelos de Estado Limite Último faz com que sua utilização para avaliar carregamentos de serviço, os quais podem ocorrer com maior frequência durante a vida do poço, não seja uma prática adotada amplamente na indústria.

A escolha por tais modelos em projetos *RBD* não se mostra muito eficiente.



Tabela 1 – Níveis de dimensionamento. Adaptada de: N-2752 (2014)

Nível	Resistência	Carregamento	
A	Determinística baseada no limite elástico (von Mises e envoltória API)	Determ.	Serv. e Sobrev.
B	Probabilística baseada no limite elástico	Determ.	Serv. e Sobrev.
C	Determinística baseada em estados limite	Determ.	Sobrev.
D	Probabilística baseada em estados limite	Determ.	Sobrev.

Conforme demonstrado por Gouveia (2014), o resultado do dimensionamento determinístico (nível A), salvo exceções, é similar ao do dimensionamento probabilístico utilizando modelos de resistência que ignoram o regime plástico (nível B). Conclui-se portanto que a complexidade extra envolvida no dimensionamento probabilístico não se justifica para carregamentos de serviço.

A Tabela 1 mostra também que não é prática prescrita na Petrobras considerar os carregamentos como variáveis aleatórias, apesar da literatura existente. No entanto, a indústria como um todo admite a utilização de um quinto nível de dimensionamento aplicável somente a carregamentos de sobrevivência, que envolve modelos de resistência probabilísticos, baseados em estados limites, e modelos de carregamento igualmente probabilísticos.

Assim, este trabalho aplicará esse quinto nível de dimensionamento a um caso específico. Com efeito, conforme será demonstrado no Capítulo 5, a variabilidade inerente aos carregamentos é vastamente superior àquela inerente à resistência das juntas tubulares. Para calcular a real probabilidade de falha de uma estrutura, é fundamental que a aleatoriedade epistêmica (conforme definida no Capítulo 4) dos carregamentos seja incorporada à função de estado limite. Dessa forma, a probabilidade de falha refletirá de forma mais acurada o mecanismo físico observado em campo.

## 3.2 Modelos de Carregamento

Os diferentes carregamentos aos quais os poços são submetidos são classificados pelos documentos de referência ISO TR 10400 (2007) e API TR 5C3 (2008) em quatro diferentes modos de falha, modelados separadamente:

- pressão interna;

- pressão externa (colapso);
- força axial; e
- estado triaxial de tensões.

Os cenários de carregamento prescritos pela norma N-2752 (2014) correspondentes aos quatro modos de falha serão datalhados a seguir.

### 3.2.1 Carregamento de Pressão Interna

Carregamentos de pressão interna são aqueles em que, no ponto crítico, a pressão no interior da junta tubular é maior do que a pressão em seu exterior, o espaço anular. A avaliação da resistência do revestimento à pressão interna é de suma importância para garantir a segurança do poço, uma vez que falhas devido à pressão interna em excesso podem acarretar em explosões que colocam em risco vidas humanas e vazamentos dos fluidos contidos no seu interior para o meio ambiente. Dentre os vários fenômenos responsáveis por solicitar o revestimento através do aumento da pressão interna, resalta-se a ocorrência de um *kick*; nessa condição, a pressão no interior do poço na profundidade de influxo se torna igual a pressão de poros da formação.

Após um indício de ocorrência de *kick*, o poço deve ser fechado instantaneamente, evitando o influxo de mais hidrocarbonetos. Contudo, para efeito de dimensionamento de revestimento, admite-se que o poço não foi fechado imediatamente, permitindo que o fluido invasor adentre o poço, ocupando-o parcial- ou totalmente a depender do cenário, conforme explicado na seção adiante.

Além do fechamento tardio do poço (sem a ocorrência de *blowout*), o carregamento devido ao influxo de fluidos pode ocorrer também durante a tentativa de controle de um *blowout* através do método de *capping*. Esse cenário foi evidenciado durante um *blowout* ocorrido no Golfo do México em 2010 (BOEMRE, 2011), quando foi cunhado o termo *worst case discharge (WCD)* para descrevê-lo. Em um cenário de *WCD* deve-se avaliar, entre outras, a carga gerada pelo fechamento do poço (*shut in*) com a instalação do *capping* com seu interior completa- ou parcialmente preenchido com o fluido do reservatório.

É importante destacar que, independente do cenário em que observa-se o influxo de fluidos para dentro do poço de forma descontrolada, a ocorrência de um evento desta natureza é muito remota. Por esse motivo, as cargas impostas durante um evento de *WCD* são classificadas pelo documento normativo API RP 96 (2013) como carregamentos de sobrevivência. Sendo assim, estas cargas são passíveis de serem avaliadas por análises de estado limite último e/ou probabilísticas.

### 3.2.1.1 Influxo de Fluidos da Formação para o Interior do Poço

Para avaliação do esforço sobre o revestimento como consequência de um influxo de fluidos para dentro do poço, o perfil de pressão interna deve ser construído considerando-se a possibilidade de propagação de fratura da formação logo abaixo da sapata após o fechamento do poço. As formações geológicas suportam um certo nível de pressão atuante<sup>2</sup> sobre elas, a partir do qual fraturas preexistente são reabertas; qualquer pressão adicional é drenada para o interior da formação, resultando em sua propagação. Admite-se que tal fratura será propagada caso a pressão atuante sobre a mesma exceda um valor pré-determinado ( $P_{\text{fratura}}$ ). Assim, partindo-se da pressão de poros na zona de influxo, desconta-se a pressão hidrostática do fluido invasor

$$P = \gamma D \quad (3.1)$$

onde  $P$  é pressão causada pela imersão em um fluido com um gradiente de pressão  $\gamma$  a uma profundidade  $D$ . Se, e somente se, a pressão for representada em psi e a profundidade em metros, a equação Eq. (3.1) pode ser expressa em função da densidade  $\rho$  do fluido, segundo a equação Eq. (3.2).

$$P = 0,1704 \rho D \quad (3.2)$$

O desconto da pressão hidrostática do fluido invasor permite o cálculo da pressão na sapata ( $P_{\text{sapata}}$ ). De posse deste valor, dois cenários são possíveis:

$P_{\text{sapata}} > P_{\text{fratura}}$  neste caso, admite-se que haverá propagação de fratura na sapata. O excesso de pressão será então drenado para dentro da fratura, aliviando as pressões no interior do poço. Assim, a pressão considerada na profundidade da sapata será o próprio valor de  $P_{\text{fratura}}$ . Acima deste ponto, abate-se a pressão hidrostática dos fluidos que serão considerados no interior do trecho revestido. Observa-se, assim, uma descontinuidade no perfil de pressão interna na profundidade da sapata do revestimento anterior;

$P_{\text{sapata}} < P_{\text{fratura}}$  nesta situação, a formação se mostra competente. Portanto, na profundidade da sapata, atua a própria  $P_{\text{sapata}}$ , não havendo descontinuidade no perfil de pressão interna no poço. Acima deste ponto, subtrai-se a pressão hidrostática dos fluidos que serão considerados no interior do trecho revestido.

<sup>2</sup> Na verdade, uma formação apresenta um nível de resistência à fratura  $P_{\text{fratura},i}$  quando íntegra. Quando esse nível é excedido, a formação sofre uma fratura. Caso o carregamento de pressão seja retirado e subsequentemente reaplicado, excessos de pressão tendem a reabrir e propagar as fraturas existentes. O nível de pressão necessário para tal,  $P_{\text{fratura},f}$ , é menor do que a resistência da formação à fratura quando íntegra. O fraturamento inicial pode ainda ser causado por fenômenos geológicos, por exemplo o tectonismo, de forma que neste trabalho será assumido que as formações estão previamente fraturadas.

As Figuras 2 e 3 ilustram os perfis de pressão para as condições supracitadas.

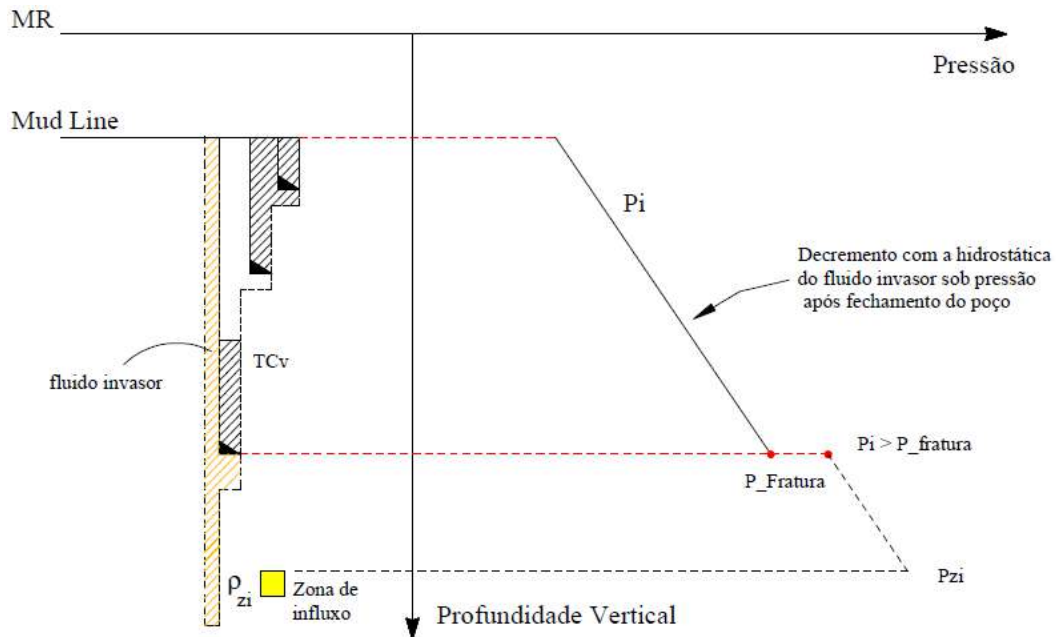


Figura 2 – Perfil de pressão para  $P_{sapata} > P_{fratura}$ . Fonte: Souza (2015, p. 36)

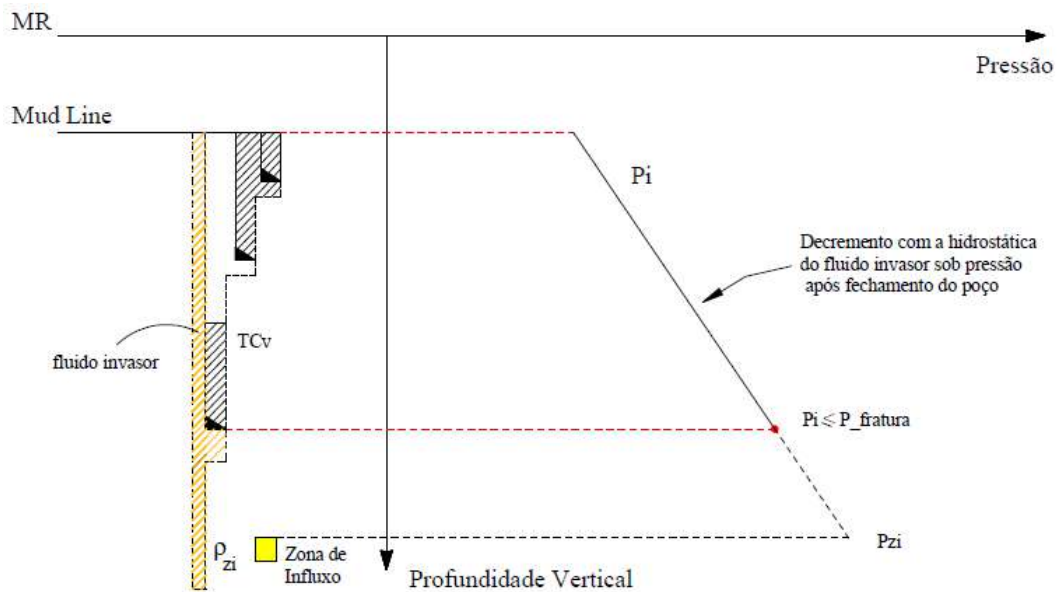


Figura 3 – Perfil de pressão para  $P_{sapata} < P_{fratura}$ . Fonte: Souza (2015, p. 37)

Nas Figuras 2 e 3,  $\rho_{zi}$  e  $P_{zi}$  se referem ao peso específico e à pressão do fluido invasor, respectivamente, e  $TC_v$  se refere ao topo do cimento (TOC).

O perfil completo de pressão interna depende ainda da pressão calculada no SCPS. Em um cenário de fechamento do poço, caso este valor ultrapasse  $P_{SCPS} \geq 10$  ksi, admite-se que a velocidade de preenchimento do poço será alta; quando o mesmo for finalmente fechado, estará completamente preenchido pelo fluido invasor. Dessa forma, a

pressão interna em um ponto arbitrário equivale à pressão interna na sapata descontada do gradiente de pressão do fluido invasor, conforme representado na Figura 4. Na figura, o perfil corresponde à situação onde não ocorre a fratura na sapata (Figura 3).

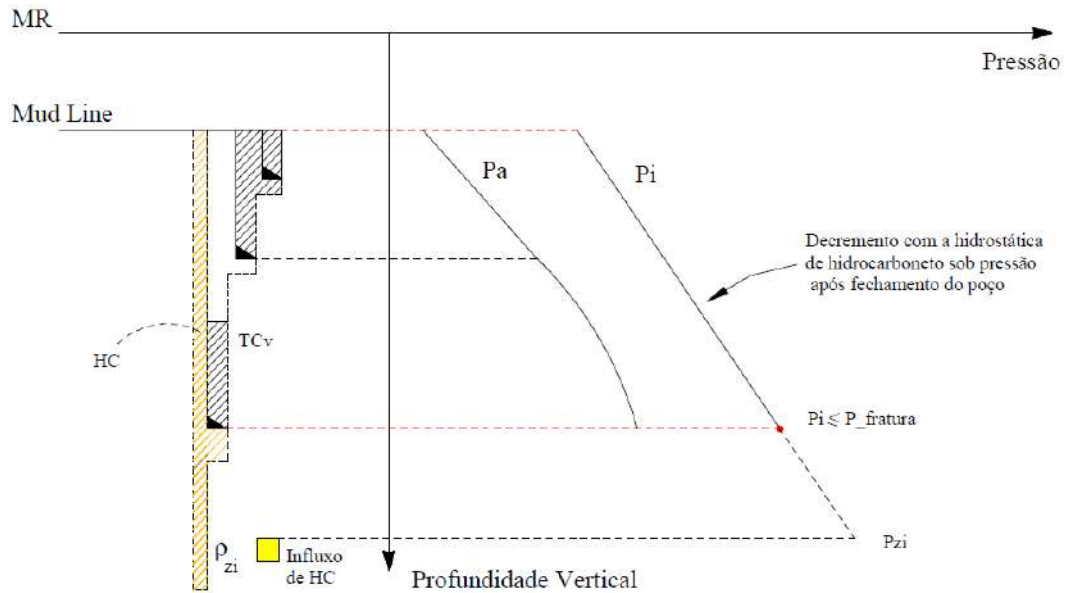


Figura 4 – Perfil de pressão interna para  $P_{SCPS} \geq 10$  ksi (sapata sem fratura). Fonte: Souza (2015, p. 42)

Por outro lado, caso a pressão calculada no SCPS não ultrapasse  $P_{SCPS} \leq 10$  ksi, assume-se que a velocidade de preenchimento será menor; é razoável admitir que, após fechar o poço, ainda reste fluido de perfuração dentro do revestimento. Especificamente, admite-se que 70% de seu trecho superior (uma vez que o fluido invasor é menos denso que o fluido de perfuração) é tomado pelo fluido invasor, permanecendo o restante preenchido com fluido de perfuração. O perfil passa a assumir a forma da Figura 5. Na figura, o perfil corresponde à situação onde não ocorre a fratura na sapata.

Além do perfil de pressão interna atuante no revestimento, é necessário calcular também o perfil de pressões no espaço anular. Esse perfil é comumente chamado de *back-up* à pressão interna, ou simplesmente *back-up*, uma vez que sua ação atenua a magnitude da carga de pressão interna. O *back-up* dependerá da configuração do poço em termos de cimentação, conforme exposto a seguir.

Cimento previsto para não cobrir a sapata anterior

Quando o programa de cimentação prevê que o TOC estará abaixo da sapata anterior, expondo a rocha abaixo desta, o perfil de pressões no anular ( $p_a$ ) é formado por dois trechos de características distintas, conforme mostra a Figura 6.

No trecho de revestimento defronte às formações, deve-se considerar a pressão de poros. Em pontos acima da sapata anterior, deve-se abater a pressão hidrostática do fluido de

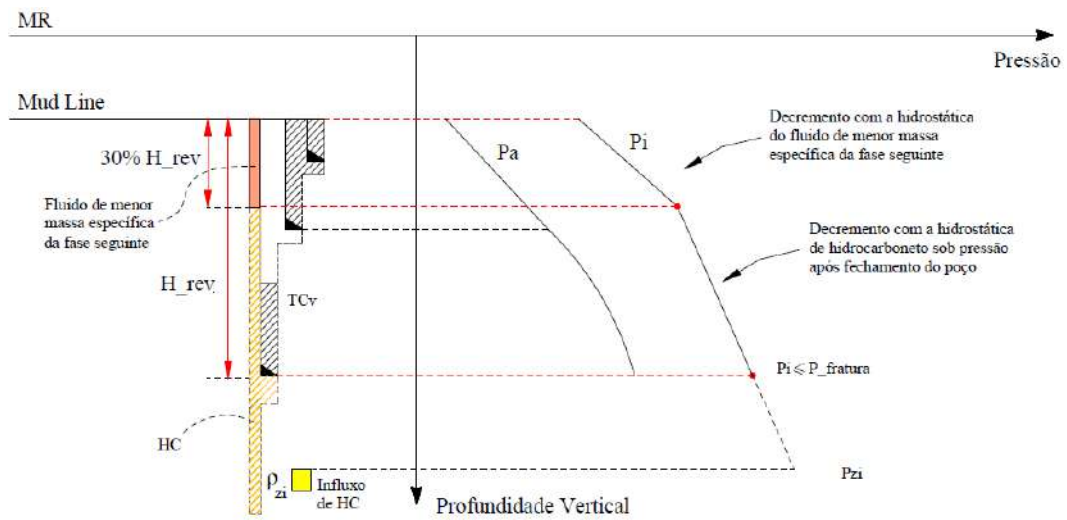


Figura 5 – Perfil de pressão interna para  $P_{SCPS} < 10$  ksi (sapata sem fratura). Fonte: Souza (2015, p. 40)

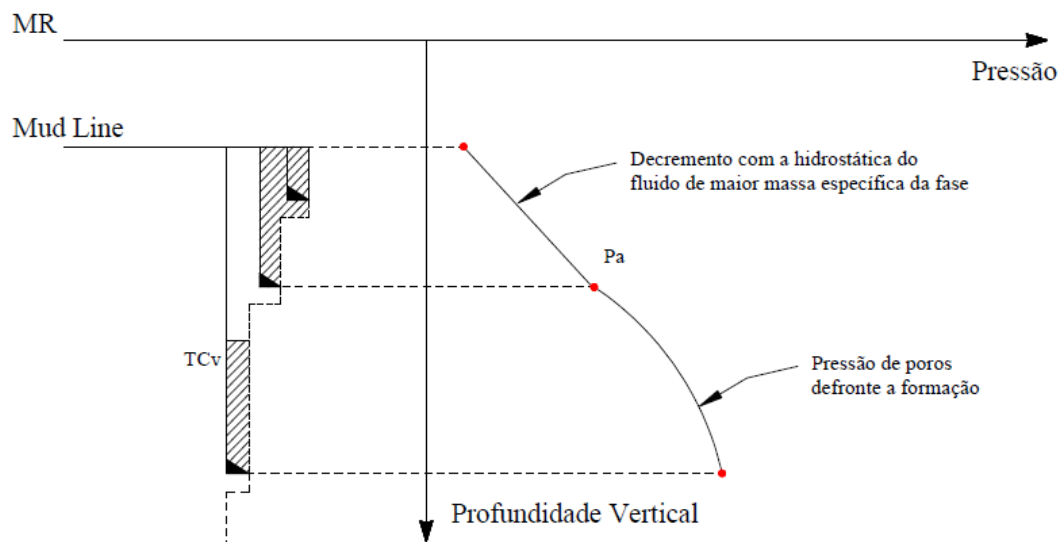


Figura 6 – Perfil de pressão anular para o caso em que a sapata anterior não é coberta pelo cimento. Fonte: Souza (2015, p. 25)

maior massa específica da fase. A adoção de um *back-up* conforme descrito acima é oriunda de duas hipóteses básicas:

- Pode haver perda de fluido para a formação de forma que a coluna de fluido remanescente entre em equilíbrio hidrostático com a pressão de poros na profundidade da sapata anterior; e
- Abaixo da sapata anterior, a pressão de poros é transmitida diretamente para o revestimento, não havendo distinção entre a porção cimentada da não cimentada.

Cimento previsto para cobrir a sapata anterior

Por outro lado, caso o programa de cimentação preveja o TOC acima da sapata anterior, o perfil de pressões no anular  $p_a$  é constituído de três trechos de características distintas. Defronte às formações, adota-se a curva de pressão de poros. Acima da sapata do revestimento anterior no trecho cimentado, abate-se a pressão hidrostática da água de mistura (base para a fabricação das pastas de cimento). Finalmente, acima do topo do cimento, subtrai-se a hidrostática do fluido de maior massa específica prevista em projeto. A Figura 7 ilustra a composição do perfil de pressões ao longo de todo o revestimento a ser dimensionado.

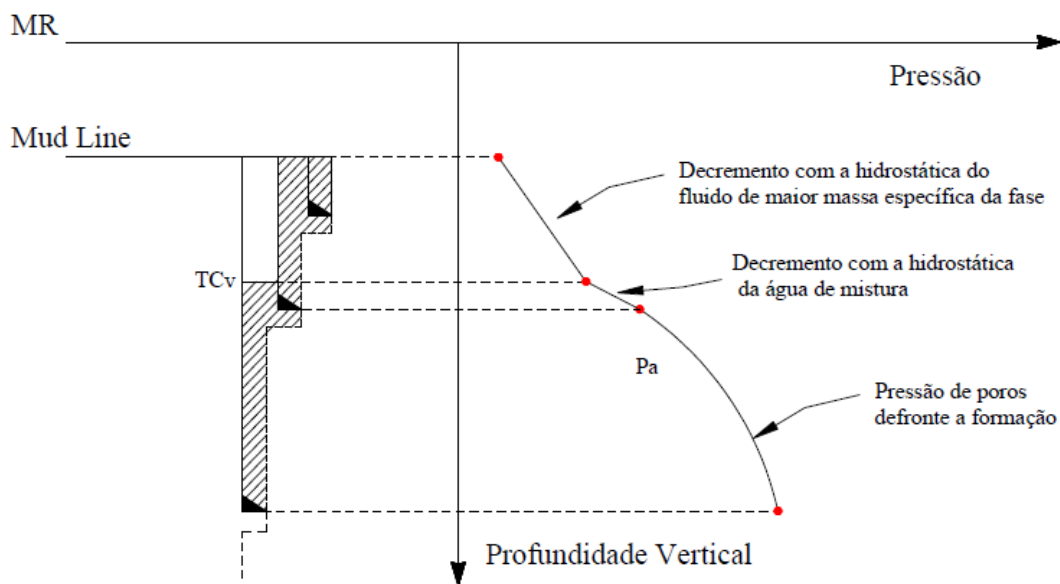


Figura 7 – Perfil de pressão anular para o caso em que a sapata anterior é coberta pelo cimento. Fonte: Souza (2015, p. 26)

A adoção de um *back-up* com essas características advém de duas hipóteses básicas:

- Pode haver perda de fluido para a formação após a operação de cimentação, seja com a pasta ainda líquida ou já endurecida, mas com um cimento pobre (canalizado).

Admite-se que na região cimentada, acima da sapata, a hidrostática será ditada pela água de mistura; e

- Abaixo da sapata anterior, a pressão de poros é transmitida diretamente para o revestimento.

### 3.2.1.2 Comunicação entre o Interior da Coluna e seu Anular

Outro carregamento de sobrevivência decorrente de pressões internas elevadas é o chamado *tubing leak*. O evento de *tubing leak* ocorre quando um furo se desenvolve na coluna de produção ou de injeção e comunica o interior dessa com o anular entre a coluna e o revestimento (batizado de anular A). Um carregamento semelhante pode ser considerado para colunas de injeção. A pressão atuante no ponto onde o furo ocorreu é então transmitida até o *packer* do revestimento pelo fluido que preenche o anular entre a coluna e o revestimento de produção, denominado *packer fluid*. Dessa forma, todo o perfil de pressão interna ao revestimento é incrementado pela pressão hidrostática do *packer fluid*. Os perfis de pressão interna e externa são mostrados na Figura 8.

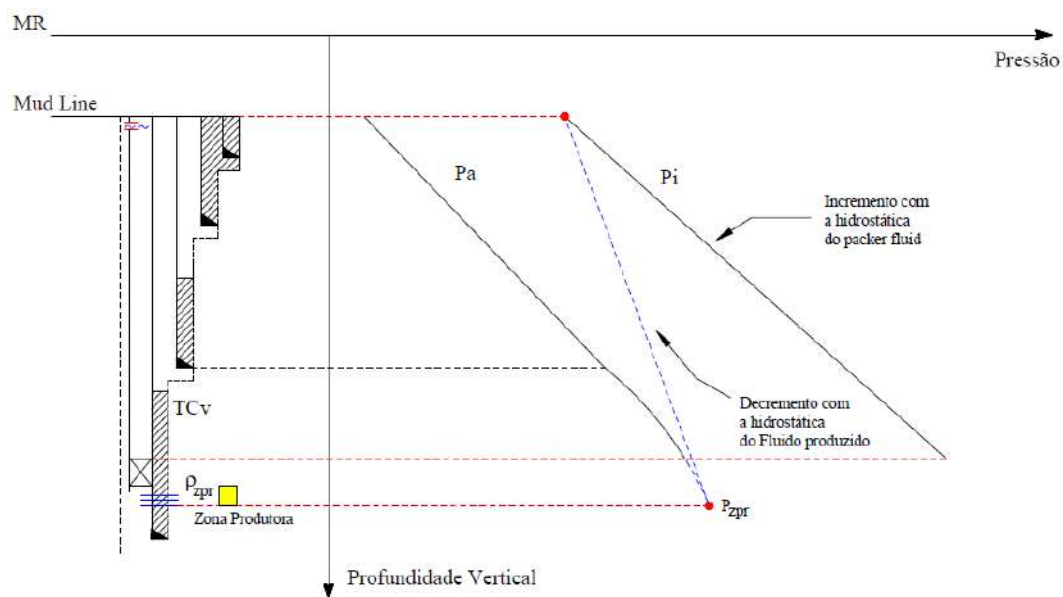


Figura 8 – Perfil de pressão após fechamento do poço em carregamento de *tubing leak*.  
Fonte: Souza (2015, p. 43)

Nota-se que o perfil de *back-up* da Figura 8 é o mesmo que o adotado para o carregamento de influxo de fluidos para o interior do poço, descrito pelas Figuras 6 e 7.

### 3.2.2 Carregamento de Colapso

Os carregamentos de colapso são aqueles que agem no sentido de causar a redução de diâmetro do revestimento. Dentre os carregamentos de colapso, apenas três são considerados



carregamentos de sobrevivência segundo a norma N-2752 (2014):

1. Esvaziamento total do interior do revestimento, conhecido também como *full evacuation*;
2. Pressurização do anular confinado devido ao incremento de temperatura, também conhecido por *annulus pressure buildup* (APB) ou *annular fluid expansion* (AFE); e
3. Carregamento diferencial acima e abaixo do *packer* de produção, mais conhecido como *above and below packer*

### 3.2.2.1 Esvaziamento Total do Anular do Revestimento

O carregamento conhecido por *full evacuation*, que deve ser avaliado para poços produtores ou injetores de gás, é consequência de uma possível, embora improvável, sequência de eventos em um poço produtor de gás em um horizonte de tempo bastante dilatado:

1. O *packer* perde sua capacidade de vedação. Isso pode ocorrer por falha dos diversos componentes do equipamento (selos, sistema de ancoragem, entre outros) ou por corrosão;
2. O *packer fluid* é lentamente produzido ou injetado através do canal aberto pela perda de vedação, sendo substituído pelo gás do reservatório;
3. Os canhoneados do revestimento são entupidos. Isso pode ocorrer, por exemplo, se o poço passar a produzir areia, ou se o reservatório apresentar baixa permeabilidade; e
4. O anular A, entre a coluna de produção e o revestimento de produção, é ventilado para a atmosfera, sofrendo descompressão súbita.

Se os eventos enumerados ocorrerem na ordem apresentada, ao longo de extenso horizonte de tempo, o gás no interior do revestimento estará sob efeito do peso hidrostático do gás, o qual é desprezível.

Em contraste, o perfil de pressão anular  $p_a$  é equivalente à hidrostática do fluido de maior peso utilizado. A exceção ocorrerá em frente a formações salinas. Tais formações são caracterizadas por elevada plasticidade, de forma que a pressão exercida pelas mesmas equivale a sua pressão de sobrecarga.

Configura-se, assim, um grande carregamento de colapso de grande magnitude atuante na coluna de revestimento, como demonstra a Figura 9.

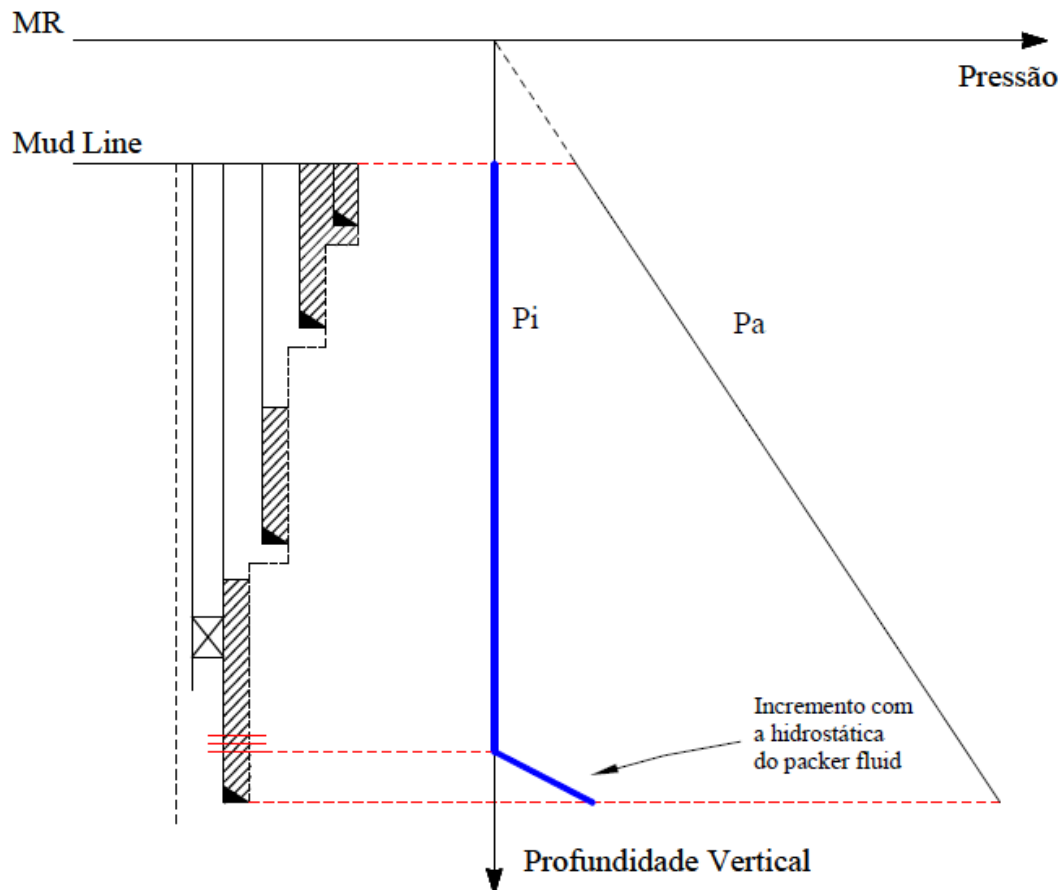


Figura 9 – Perfil de pressão após esvazimento completo. Fonte: Souza (2015, p. 18)

### 3.2.2.2 Incremento de Pressão em Anular Confinado por Aumento de Temperatura

O carregamento conhecido como APB é decorrente do aquecimento de fluido confinado em um anular do poço. Conforme os hidrocarbonetos são produzidos, o fluxo proveniente do reservatório, que está a temperaturas elevadas (da ordem de  $100 \sim 200^\circ\text{C}$ ), transfere calor para a coluna de revestimentos. O calor é então dissipado para o fluido confinado pelo sistema composto pelo revestimento de produção, pelo revestimento intermediário, pelo *packer* de produção e pelo conjunto de vedação universal (CVU). O perfil de pressões no anular  $p_a$  correspondente a esse carregamento é resultado do incremento de pressão anular ao longo de toda a coluna de revestimento.

### 3.2.2.3 Carregamento Diferencial Acima e Abaixo do *Packer* de Teste

O carregamento diferencial acima e abaixo do *packer*, também conhecido como *above and below packer*, é relevante durante um teste de formação a poço revestido (TFR). Durante a execução do TFR, as pressões são medidas minuciosamente, a fim de calcular as características de fluxo do poço que determinarão a estimativa de produção. Uma vez que o anular A, entre a coluna de teste e o revestimento, está estático, a medida de pressão na

superfície representa fielmente todo o perfil de pressões do anular. Por esse motivo, é pouco provável que a pressão no anular da coluna de teste caia de forma brusca o suficiente para causar o colapso do revestimento de produção.

Por outro lado, o interior da coluna de teste se encontra em regime de fluxo, dificultando a previsão de pressões no fundo do poço; por consequência, a pressão abaixo do *packer* é monitorada de forma menos precisa. Dessa forma, há a possibilidade de queda brusca da pressão abaixo do *packer* de produção, possivelmente resultando no colapso dos tubulares posicionados abaixo desse elemento.

O carregamento *above and below packer* pode também ser útil ao projetista de revestimentos. Um exemplo é a presença de uma zona salina cujo sal é caracterizado por grande fluência. Conforme mostra a Figura 10, as juntas de revestimento defronte ao maciço salino sofrem grande pressão externa do mesmo, por vezes inviabilizando a execução do teste caso o critério utilizado fosse o esvaziamento completo descrito na Seção 3.2.2.1. O perfil de pressão de carregamento diferencial acima e abaixo do *packer* é uma alternativa viável, pois nessa situação não há os longos horizontes de tempo que são condições necessárias para que o carregamento de esvaziamento completo seja plausível.

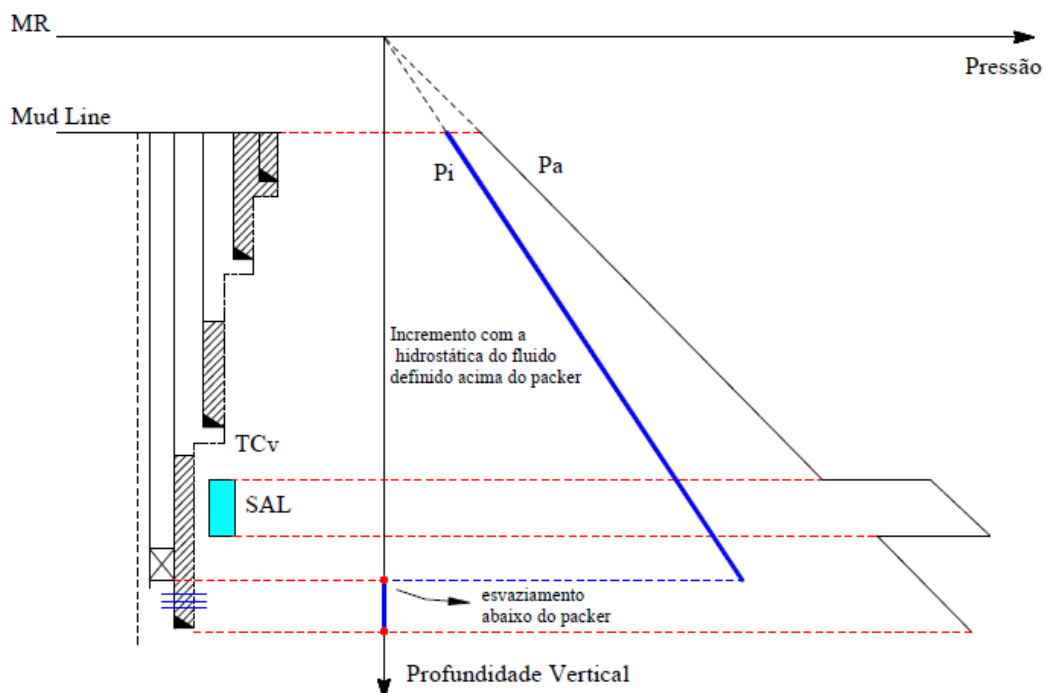


Figura 10 – Perfil de pressão *above and below packer* com zona salina. Fonte: Souza (2015, p. 23)

### 3.2.3 Carregamento Axial

Os modos de falha de pressão interna e de colapso são afetados pelo esforço axial ao qual as juntas estão submetidas, de forma que o carregamento axial é relevante em todos os

cenários de carregamento.

A metodologia utilizada para determinação dos esforços axiais em juntas de revestimento é baseada na superposição de dois estados. Inicialmente, o estado inicial de tensões a que as juntas estão submetidas é determinado. Em seguida, calcula-se a variação de tensão em relação ao estado inicial, com base nos cenários de carregamento descritos anteriormente.

### 3.2.3.1 Estado Inicial de Esforços Axiais

O estado inicial de esforços axiais é determinado por três fatores, detalhados a seguir.

#### 3.2.3.1.1 Pressão Interna e Externa

Os perfis de pressão atuantes sobre o revestimento afetam diretamente o cálculo da força axial, descrito adiante. Os perfis iniciais são função da pasta de cimento posicionada no anular do revestimento. Imediatamente após o deslocamento, enquanto a pasta ainda está em seu estado fluido, o perfil de pressão anular apresenta dois trechos. Do SCPS até o TOC, a pressão no anular é incrementada pela pressão hidrostática do fluido que foi bombeado antes da pasta de cimento. Abaixo do TOC, a pressão anular passa a ser dada pela pressão hidrostática da pasta bombeada. Já a pressão interna é incrementada pela hidrostática do fluido utilizado para deslocar a pasta de cimento. Os perfis de pressão interna e externa enquanto a pasta ainda está fluida são descritos na Figura 11.

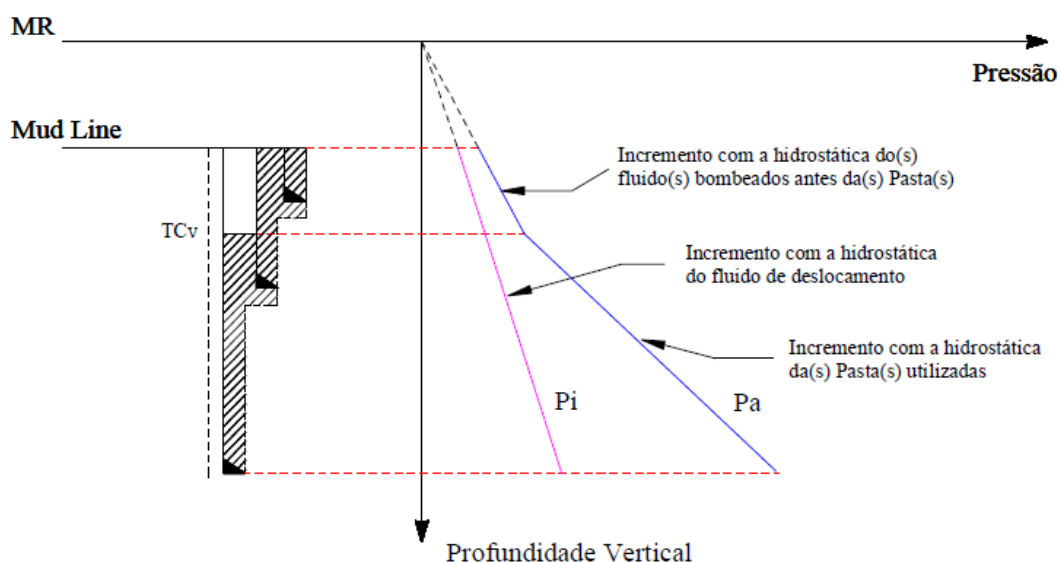


Figura 11 – Perfis de pressão inicial logo após o deslocamento da pasta de cimento. Fonte: Souza (2015, p. 47)

Após a pega da pasta de cimento, o perfil de pressão interna permanece inalterado, enquanto que a pressão no anular é alterada nos pontos abaixo do TOC. Na região abaixo

do TOC e acima da sapata do revestimento anterior, a pressão no anular é incrementada pela água de mistura. Já na região abaixo da sapata do revestimento anterior, a pressão anular é incrementada pela pressão de poros. Os perfis de pressão são melhor descritos pela Figura 12.

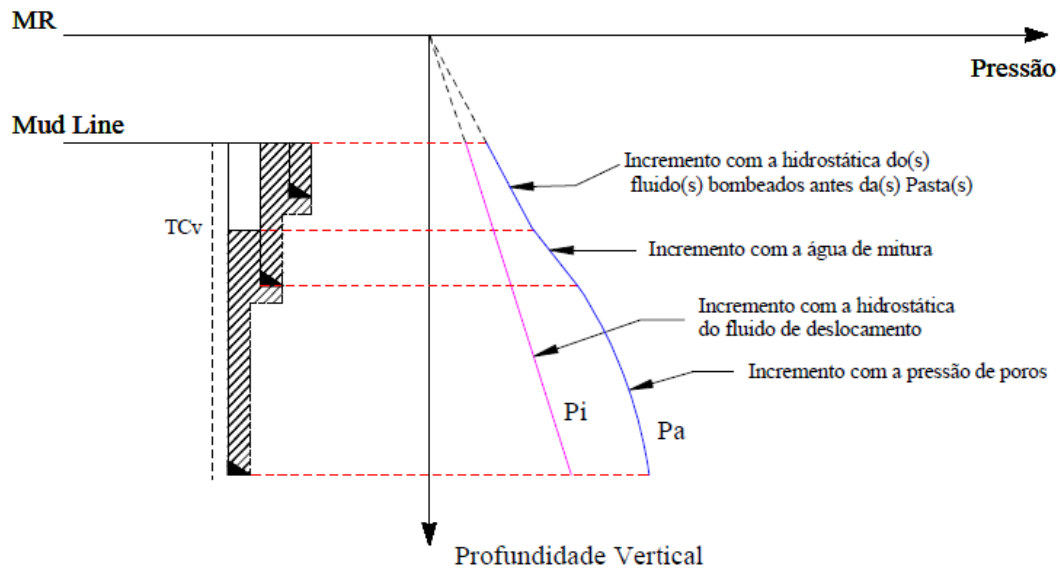


Figura 12 – Perfis de pressão inicial após a pega da pasta de cimento. Fonte: Souza (2015, p. 47)

Vale ressaltar que, em alguns casos, o TOC se encontra abaixo da sapata do revestimento anterior. Nesses casos, o perfil de pressão no anular apresenta apenas dois trechos.

### 3.2.3.1.2 Temperatura

O perfil de temperatura ao longo do revestimento introduz carregamentos de tração e flambagem à coluna de revestimentos. Inicialmente, após o deslocamento da pasta, assume-se que o revestimento se encontra à mesma temperatura que o maciço rochoso no qual está inserido. O perfil de temperatura característico de cada coluna de soterramento é chamado de gradiente geotérmico, conhecido também como condição *undisturbed*. Essa é uma premissa conservadora, que busca maximizar o carregamento axial decorrente da variação de temperatura. Um perfil *undisturbed* típico é aquele da Figura 13.

Uma alternativa a utilizar o gradiente geotérmico como perfil inicial de temperatura é analisar o histórico operacional da região, valendo-se dos registros históricos para construir um perfil inicial menos conservador.

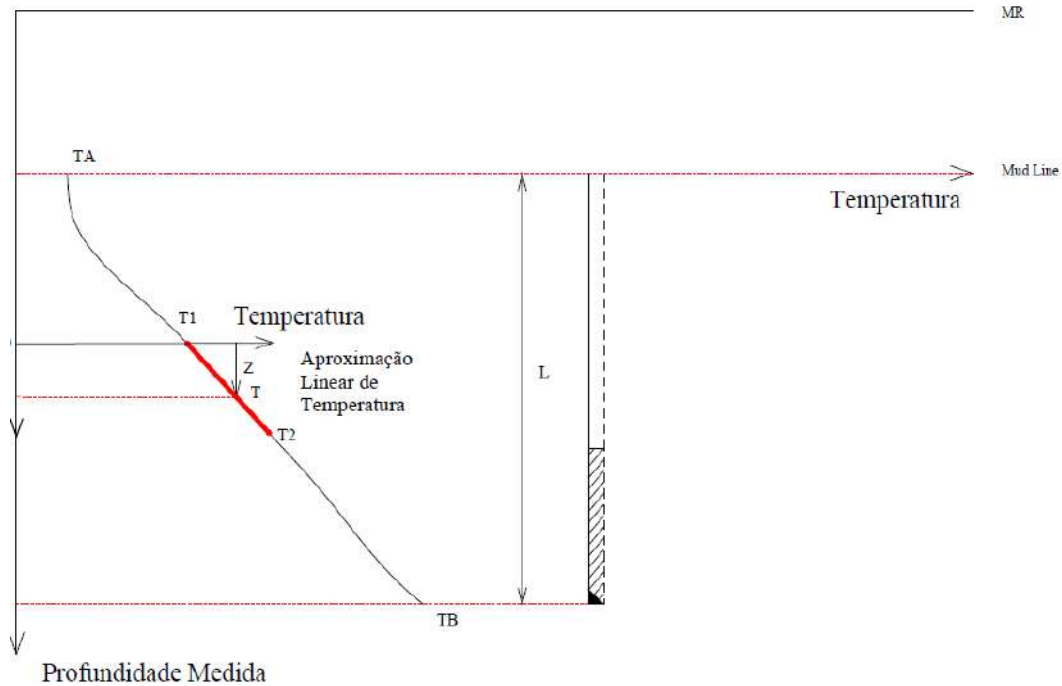


Figura 13 – Perfil de temperatura *undisturbed*. Fonte: Souza (2015, p. 46)

### 3.2.3.1.3 Força Axial

A condição inicial de força axial é resultado da combinação do peso próprio flutuado das juntas de revestimentos e da pressão interna e externa atuando sobre pontos onde há mudança de diâmetro e sobre válvulas flutuantes, que impedem o fluxo do espaço anular para o interior.

O perfil de força axial típico é tomado logo após o deslocamento da pasta de cimento, a qual ainda se encontra fluida, conforme mostra a Figura 14.

A distribuição linear do peso próprio das juntas tubulares pode ser descrita matematicamente por

$$\underline{F}_{a,pp}(z) = \hat{t}(z) \int_z^{L+LDA} \hat{i}_z \cdot \underline{\gamma}(\zeta) d\zeta \quad (3.3)$$

onde

- $\underline{F}_{a,pp}$  é o vetor que representa a força axial devida ao peso próprio
- $z$  é a cota na qual a força axial é calculada. A cota  $z = 0$  corresponde à mesa rotativa da unidade flutuante;
- $L$  é o comprimento total da coluna de revestimentos;
- $\hat{i}_z$  é o vetor unitário que aponta para o centro da Terra;

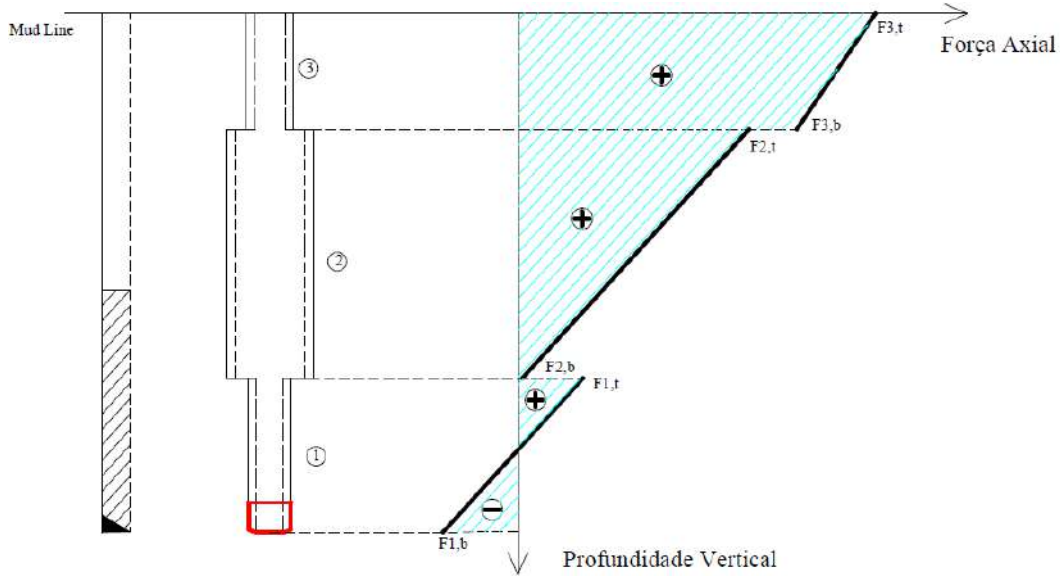


Figura 14 – Perfil inicial de força axial típico. Fonte: Souza (2015, p. 47)

- $\hat{t}(z)$  é o vetor unitário tangente à trajetória do poço na cota  $z$ .  $\hat{t}$  aponta, portanto, na direção do poço; e
- $\gamma(z)$  é o vetor correspondente ao peso linear flutuado<sup>3</sup> (ou seja, descontado do empuxo) da junta presente na cota  $z$ , com sentido igual ao de  $\hat{t}(z)$ , de forma que  $\gamma(z) = \gamma(z) \hat{t}(z)$

A quantia  $\hat{i}_z \cdot \hat{t}(z)$  corresponde, assim, ao cosseno da inclinação vertical da seção na cota  $z$ .

Na prática, a Eq. (3.3) é discretizada, ou seja, a coluna de revestimento é decomposta em  $C$  seções infinitesimais de comprimento  $\delta z$  com vetor unitário tangente  $\hat{t}_j$  e cada uma destas apresenta peso próprio linear  $\gamma_j$ . A discretização é descrita por

$$\underline{F_{a,lin}}(z) = \hat{t}(z) \sum_{j=C-z/\delta z}^C \left( \hat{i}_z \cdot \gamma_j \right) \delta z \quad (3.4)$$

onde  $\hat{t}_j$  representa o vetor unitário tridimensional que aponta na direção da seção  $j$ . O índice  $j = 1$  corresponde à cota  $z = 0$ , na mesa rotativa.

A Figura 14 mostra também que há uma região da coluna de revestimentos que se mantém em compressão, o que é fisicamente impossível sem a presença de uma força compressiva. Em termos gerais, essa força surge devido à pressão que o fluido no qual a junta está imersa exerce sobre sua extremidade inferior. Essa extremidade pode estar aberta (dessa forma, o empuxo atua apenas nas bordas da junta) ou fechada por válvulas flutuantes

<sup>3</sup> Ver glossário

na coluna, mais comumente a sapata flutuante. Essas válvulas têm por objetivo impedir o fluxo do espaço anular para o interior da coluna. O espaço anular é preenchido com a pasta de cimento, mais pesada que o fluido no interior do revestimento, o qual é utilizado para deslocar essa pasta. Essa diferença de peso gera um desequilíbrio hidráulico, que resulta em uma pressão ascendente aplicada à sapata flutuante, comprimindo o revestimento.

Além da força compressiva pontual atuando sobre a sapata flutuante, as pressões interna e externa atuam sobre os pontos onde há alteração de diâmetro, gerando forças pontuais. Os pontos onde há alteração de diâmetro apresentam seção com componente horizontal. Ao atuar sobre tais pontos, as pressões interna e externa geram forças axiais compressivas (nos casos em que ou a pressão externa atua sobre uma redução de diâmetro externo, ou a pressão interna atua sobre um aumento de diâmetro interno) ou trativas (nos casos em que ou a pressão externa atua sobre um aumento de diâmetro externo, ou a pressão interna atua sobre uma redução de diâmetro interno). A força compressiva sobre a sapata flutuante e as forças pontuais geradas por variações na área transversal são diagramadas na Figura 15.

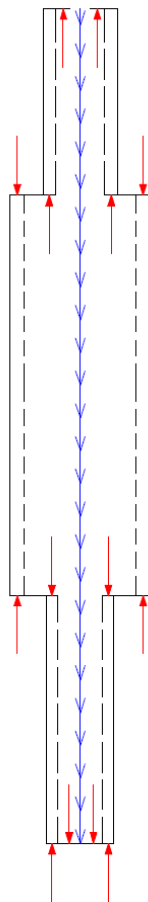


Figura 15 – Decomposição das forças axiais atuantes na coluna de revestimentos. Linha azul representa o peso próprio e vetores vermelhos representam forças concentradas.  
Fonte: Souza (2015, p. 48)



De forma geral, em seções onde há alteração de diâmetro surgem forças axiais pontuais, calculadas por

$$\underline{F}_{a,c}(z) = \hat{t}(z) \cdot [P_i(z) (A_{i+}(z) - A_{i-}(z)) - P_a(z) (A_{e+}(z) - A_{e-}(z))] \quad (3.5)$$

onde

- $A_i$  representa áreas associadas ao diâmetro interno da seção transversal, enquanto  $A_e$  representa áreas associadas ao diâmetro externo da seção transversal;
- $P_i$  representa a pressão interna atuante na seção onde ocorre alteração de diâmetro, enquanto  $P_a$  representa a pressão externa, atuante no anular; e
- o índice + representa seções imediatamente superiores à alteração de diâmetro; o índice – representa seções imediatamente inferiores à alteração de diâmetro.

A força axial inicialmente atuante na coluna de revestimentos pode ser resumida, então, por

$$\underline{F}_{a,0}(z) = \hat{t}(z) \int_z^{L+LDA} \left\{ \hat{i}_z \cdot \underline{\gamma}(\zeta) + [P_i(\zeta) (A_{i+}(\zeta) - A_{i-}(\zeta)) - P_a(\zeta) (A_{e+}(\zeta) - A_{e-}(\zeta))] \right\} d\zeta \quad (3.6)$$

A Eq. (3.6) pode ainda ser discretizada como:

$$\underline{F}_a(z) = \hat{t}(z) \sum_{j=C-z/\delta z}^C \left\{ \left( \hat{i}_z \cdot \underline{\gamma}_j \right) \delta z + [P_{j,i} (A_{j,i+} - A_{j,i-}) - P_{j,a} (A_{j,e+} - A_{j,e-})] \right\} \quad (3.7)$$

### 3.2.3.2 Variação de Esforços em Relação ao Estado Inicial

Para obter o estado completo de esforços axiais aos quais o revestimento estará submetido em condições especificadas de carregamento, o estado inicial de esforços axiais descrito na Seção 3.2.3.1 é combinado com os esforços decorrentes da variação do carregamento atuando sobre a coluna. A variação de tais carregamentos gera uma tendência de alongação (ou encurtamento). No entanto, uma vez que o cimento já está curado, ele funciona como um ponto de engaste que impõe força à coluna de revestimento de forma a manter o comprimento original da mesma. O carregamento imposto pelo engaste, superposto aos esforços axiais iniciais, compõe o perfil de esforços axiais completo.

Dessa forma, podemos expressar a tendência de alongação do trecho livre  $\Delta L$  imposta por variações nas propriedades da coluna como

$$\Delta L + \Delta L_F = 0 \quad (3.8)$$

onde  $\Delta L_F$  é o encurtamento promovido pela força imposta ao revestimento pelo suporte fixo. A alongação  $\Delta L$  pode ser decomposta em três componentes, descritas nas seções seguintes:

$$\Delta L = \Delta L_T + \Delta L_P + \Delta L_B \quad (3.9)$$

onde

- $\Delta L_T$  representa a tendência de alongação devido à expansão térmica;
- $\Delta L_P$  representa a tendência de alongação devido à pressão atuante em seções transversais onde ocorre alteração de diâmetro (interno ou externo), mais conhecida como *efeito pistão*; e
- $\Delta L_B$  representa a tendência de alongação devido ao efeito Poisson decorrente das pressões atuantes na direção radial, mais conhecido como *efeito balão*.

Por outro lado, o encurtamento promovido pela força imposta ao revestimento pelo cimento é descrito através da lei de Hooke:

$$\Delta L_F = \frac{F_{\Delta} L_0}{E A} \quad (3.10)$$

onde  $F_{\Delta}$  é a variação de esforço axial, objetivo desta análise, com sentido igual ao de  $\hat{t}(z = TOC)$ ,  $L_0$  o comprimento livre original,  $E$  o módulo de elasticidade e  $A$  a área da seção transversal. Em colunas combinadas, a Eq. (3.10) é transformada em

$$\Delta L_F = \frac{F_{\Delta}}{E} \sum_j \frac{L_{0,j}}{A_j} \quad (3.11)$$

onde  $L_{0,j}$  é o comprimento original de cada seção  $j$  e  $A_j$  é a área transversal dessa seção. Sintetizando as Eqs. (3.8), (3.9) e (3.11), calcula-se a força axial  $F_{\Delta}$  que o cimento exerce sobre o revestimento:

$$F_{\Delta} = \left( \sum_j \frac{L_{0,j}}{A_j} \right)^{-1} \cdot E \cdot (\Delta L_T + \Delta L_P + \Delta L_B) \quad (3.12)$$

A força axial atuante sobre a coluna de revestimentos pode então ser expressa pela soma das Eqs. (3.7) e (3.12), a saber

$$\underline{F}_a = \underline{F}_{a,0} + \hat{t}(z = TOC) \cdot F_{\Delta} \quad (3.13)$$

### 3.2.3.2.1 Expansão Térmica

O cálculo da elongação advinda da variação de temperatura será feito baseado em uma aproximação linear para o perfil de temperatura, que é demonstrado pela Figura 16; em outras palavras, o perfil será linearizado por partes de comprimento  $L_j$  a fim de simplificar o cálculo, conforme descrito no desenvolvimento da Eq. (3.11).

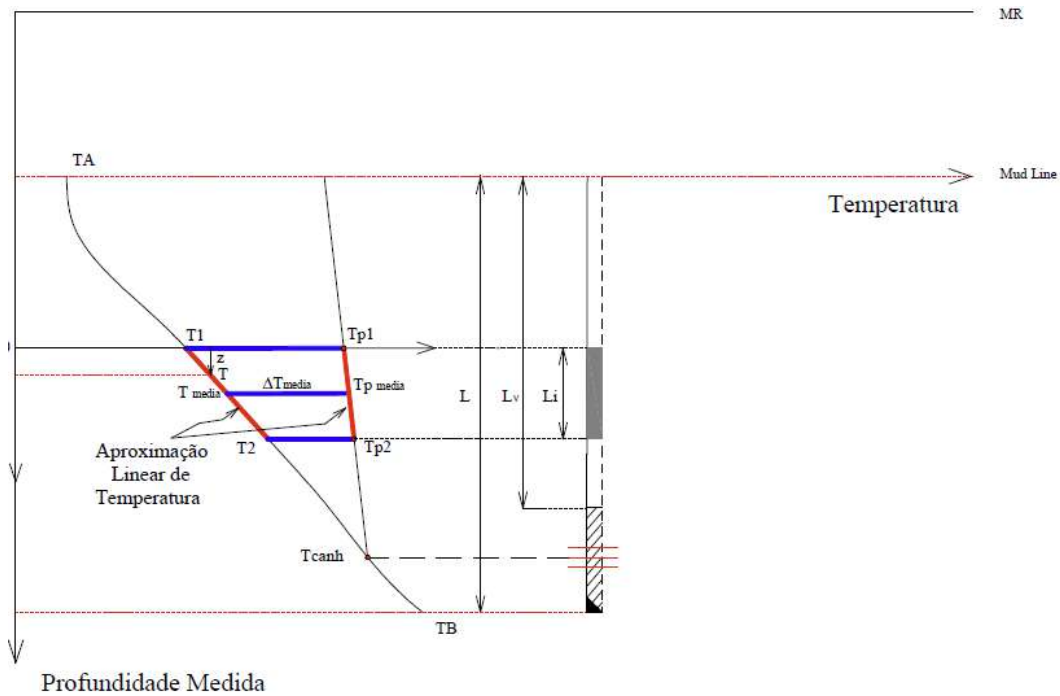


Figura 16 – Exemplo de perfil de temperatura inicial e de produção. Fonte: Souza (2015, p. 52)

Na Figura 16, a curva mais à esquerda é o perfil de temperatura inicial  $T$ , enquanto que a curva mais à direita é o perfil de temperatura após o início da produção do poço  $T_p$ , considerando que o fluxo de fluidos do reservatório resultou em aumento de temperatura.

Em uma seção arbitrária do perfil de temperatura inicial, a temperatura no topo é  $T_+$  e na base,  $T_-$ . A temperatura média da seção escolhida é  $\bar{T}$ . Assim, a temperatura inicial do trecho pode ser descrita em função da profundidade

$$T(z) = \frac{T_- - T_+}{L_j} z + T_+ \quad (3.14)$$

Já em uma seção arbitrária do perfil de temperatura após o início da produção, a temperatura no topo é  $T_{p,+}$  e na base,  $T_{p,-}$ . A temperatura média da seção é  $\bar{T}_p$ . A temperatura de produção do trecho é, portanto,

$$T_p(z) = \frac{T_{p,-} - T_{p,+}}{L_j} z + T_{p,+} \quad (3.15)$$

A Lei da Dilatação Térmica fornece a variação de comprimento devido à variação de temperatura:

$$\Delta d z = \alpha_T \Delta T d z \quad (3.16)$$

Substituindo  $\Delta T$  na Eq. (3.16) por sua definição  $T_p - T$  das Eqs. (3.14) e (3.15), obtém-se

$$\Delta d z = \alpha_T \left[ \left( \frac{(T_{p,-} - T_-) - (T_{p,+} - T_+)}{L_j} \right) z + (T_{p,+} - T_+) \right] d z \quad (3.17)$$

Integrando a Eq. (3.17) e simplificando, conclui-se que

$$\begin{aligned} \Delta L_{T,j} &= \alpha_T L_j [\bar{T}_p - \bar{T}] \\ &= \alpha_T L_j \Delta \bar{T}_j \end{aligned} \quad (3.18)$$

De posse da Eq. (3.18), é possível calcular a elongação total do trecho livre devido à variação de temperatura através da integração dos trechos discretizados:

$$\Delta L_T = \alpha_T \sum_j L_j \Delta \bar{T}_j \quad (3.19)$$

#### 3.2.3.2.2 Efeito Pistão

O *efeito pistão* é a deformação causada pela força resultante da atuação da pressão interna e externa sobre pontos onde ocorre variação de diâmetro. A variação de diâmetro resulta em uma área exposta perpendicular à seção transversal, resultando em esforços axiais concentrados aplicados ao ponto onde o diâmetro é alterado. O efeito pistão é indicado na Figura 17.

Conforme as pressões interna e externa variam, a força concentrada aplicada à coluna de revestimentos varia segundo a equação abaixo (versão escalar da Eq. (3.5)):

$$F_P = \Delta P_a (A_{e+} - A_{e-}) - \Delta P_i (A_{i+} - A_{i-}) \quad (3.20)$$

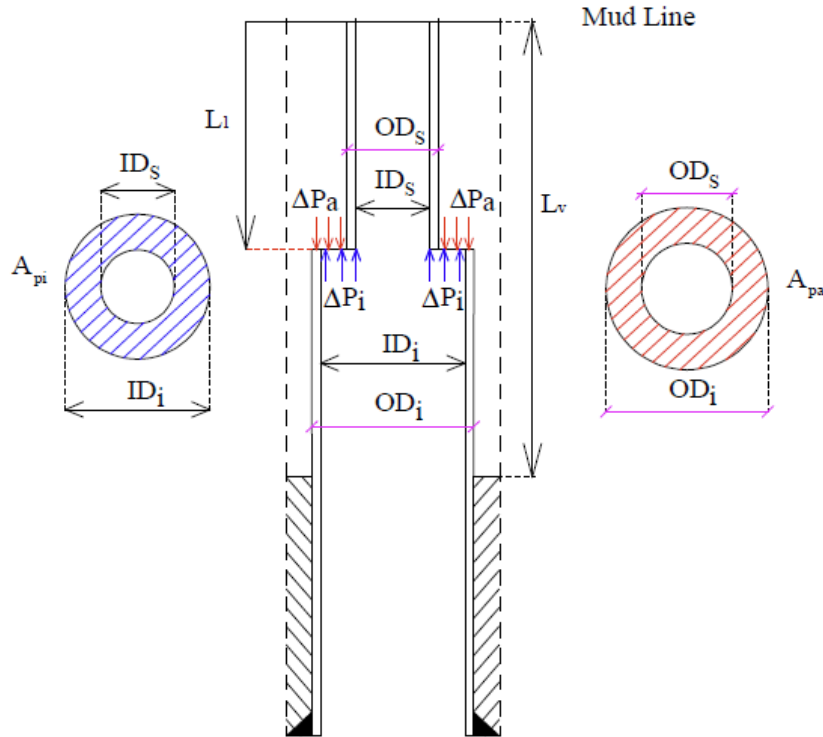


Figura 17 – Efeito Pistão. Fonte: Souza (2015, p. 57)

Na Eq. (3.20),  $\Delta P_a$  e  $\Delta P_i$  representam as variações de pressão no anular e no interior da coluna, respectivamente, e as áreas são definidas da mesma forma que para a Eq. (3.5). A força resultante do efeito pistão  $F_P$  é positiva no sentido do vetor  $\hat{i}_z$ .

A fim de utilizar a Eq. (3.9) para calcular o efeito da variação de pressão sobre o esforço axial atuante na coluna de revestimentos, faz-se necessário calcular a tendência de elongação que resulta da aplicação da força  $F_P$ . Como o cimento funciona como um ponto de engaste, na realidade a elongação será zero. A fim de calcular a tendência de elongação, elimina-se do diagrama de forças a influência do cimento, conforme indicado na Figura 18.

Descontada a influência do cimento, o suporte da coluna de revestimentos é unicamente devido ao suspensor de revestimentos, representado no diagrama de corpo livre da Figura 18 pelo ponto fixo no topo. Por esse motivo, as forças devidas ao efeito pistão  $F_{P,j}$  só afetam as seções  $L_{1...j}$ , acima dos respectivos pontos de aplicação. Em termos matemáticos,

$$\Delta L_{P_j} = \frac{F_{P,j}}{E} \sum_{k=1}^j \frac{L_k}{A_k} \quad (3.21)$$

Dessa forma, a tendência total de elongação devido ao efeito pistão é equivalente à soma das elongações de cada trecho de coluna de revestimento:

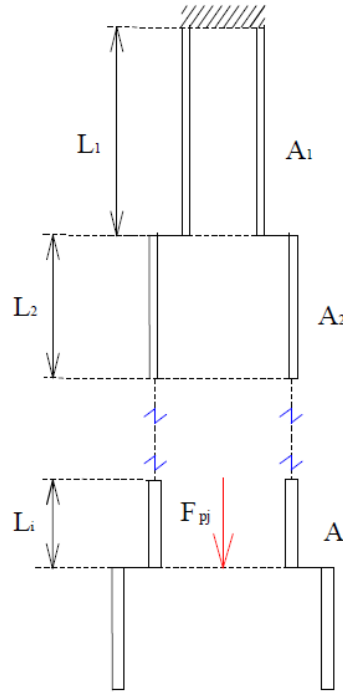


Figura 18 – Diagrama de corpo livre do Efeito Pistão. Fonte: Souza (2015, p. 59)

$$\begin{aligned}\Delta L_P &= \sum_j \Delta L_{P,j} \\ &= \frac{1}{E} \sum_{j=1}^N \left( F_{P,j} \sum_{k=1}^j \frac{L_k}{A_k} \right)\end{aligned}\quad (3.22)$$

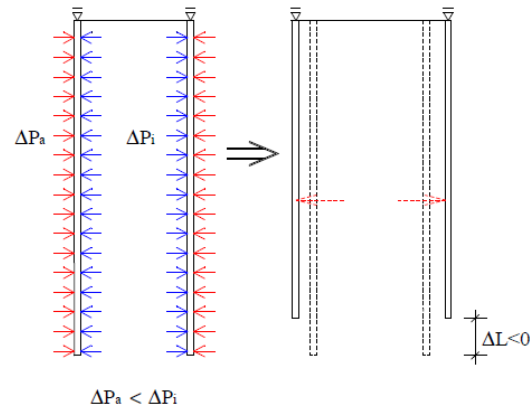
### 3.2.3.2.3 Efeito Balão

A aplicação de pressões internas e externas diferentes a um elemento tubular resulta em uma tendência à variação de diâmetro de sua seção. Essa variação de diâmetro acarreta uma tendência ao alongamento do elemento, por conta do efeito Poisson. A elongação de um elemento tubular decorrente da aplicação de diferencial de pressão lateral sobre o mesmo é denominada *efeito balão*. O efeito balão é ilustrado pela Figura 19, tanto para o caso em que a pressão interna é maior (impondo um encurtamento à junta tubular) quanto para o caso em que a pressão externa domina (impondo uma elongação à junta).

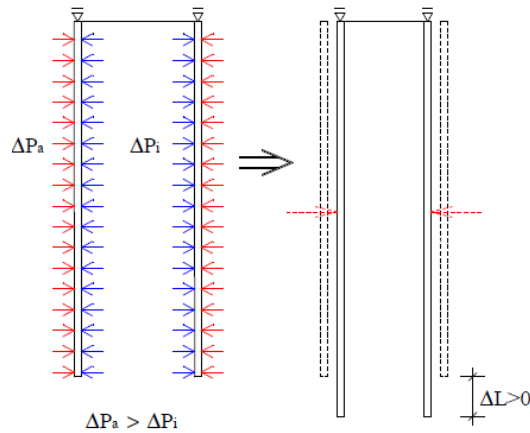
A lei de Hooke generalizada permite calcular a elongação adimensional  $\varepsilon_l$  de uma junta tubular devido ao efeito balão

$$\varepsilon_l = \frac{\nu}{E} (\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta) \quad (3.23)$$

onde  $\sigma_r$  é a tensão radial atuante na parede da junta e  $\sigma_\theta$  é a tensão circunferencial (*hoop stress*). Essas tensões são definidas pelas equações de Lamé, descritas por Gurtin (1982):



(a) Pressão interna dominante



(b) Pressão externa dominante

Figura 19 – Efeito Balão. Fonte: Souza (2015, p. 63)

$$\sigma_r(r) = \frac{p_i D_i^2 - p_a D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} - \frac{(p_i - p_a) D_i^2 D_e^2}{4 r^2 (D_e^2 - D_i^2)} \quad (3.24)$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{p_i D_i^2 - p_a D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} + \frac{(p_i - p_a) D_i^2 D_e^2}{4 r^2 (D_e^2 - D_i^2)} \quad (3.25)$$

Nas Eqs. (3.24) e (3.25),  $D_e$  e  $D_i$  representam os diâmetros externo e interno da seção em análise e  $r$  é o raio no qual a tensão é calculada. Por definição,  $r$  deve ser maior que o raio interno  $r_i$  e menor que o raio externo  $r_e$ . A variação das tensões radial e circunferencial pode ser descrita, então, como

$$\Delta\sigma_r(r) = \frac{\Delta p_i D_i^2 - \Delta p_a D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} - \frac{(\Delta p_i - \Delta p_a) D_i^2 D_e^2}{4 r^2 (D_e^2 - D_i^2)} \quad (3.26)$$

$$\Delta\sigma_\theta(r) = \frac{\Delta p_i D_i^2 - \Delta p_a D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} + \frac{(\Delta p_i - \Delta p_a) D_i^2 D_e^2}{4 r^2 (D_e^2 - D_i^2)} \quad (3.27)$$

Aplicando as Eqs. (3.26) e (3.27) em (3.23), obtém-se uma equação para o cálculo

da elongação axial devido à variação de pressão aplicada sobre a junta tubular.

$$\epsilon_l = \frac{2\nu}{E} \left( \frac{\Delta p_i D_i^2 - \Delta p_a D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \right) \quad (3.28)$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned} \Delta dz &= \epsilon_l dz \\ &= \frac{2\nu}{E} \left( \frac{\Delta p_i D_i^2 - \Delta p_a D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \right) dz \end{aligned} \quad (3.29)$$

Da mesma forma como foi feito para o cálculo da variação de temperatura, o perfil de pressões pode ser discretizado em trechos lineares, onde

$$\Delta p_a(z) = \Delta p_{a+} + (\Delta p_{a-} - \Delta p_{a+}) \frac{z}{L} \quad (3.30)$$

$$\Delta p_i(z) = \Delta p_{i+} + (\Delta p_{i-} - \Delta p_{i+}) \frac{z}{L} \quad (3.31)$$

onde o índice + indica a pressão na parte superior do trecho infinitesimal e o índice – indica a pressão na parte inferior. Substituindo as Eqs. (3.30) e (3.31) em (3.29) e integrando no intervalo entre  $z = 0$  e  $z = L$ , obtém-se a expressão para o alongamento devido ao efeito balão  $\Delta L_B$ :

$$\Delta L_B = \frac{2\nu L}{E A} (\overline{\Delta p_a} \cdot A_a - \overline{\Delta p_i} \cdot A_i) \quad (3.32)$$

onde  $\overline{\Delta p_a}$  e  $\overline{\Delta p_i}$  representam a variação de pressão média no anular e no interior da coluna, respectivamente, do intervalo vertical.

### 3.2.4 Estado Triaxial de Tensões

As metodologias detalhadas nas Seções 3.2.1 a 3.2.3 descrevem, respectivamente, os carregamentos de pressão interna, de colapso e axiais de forma individual, ignorando o efeito da combinação dos carregamentos sobre as juntas de revestimento. No entanto, a combinação dos carregamentos pode potencializar seus efeitos individuais, se tornando um fator crucial para explicar falhas observadas em poços.

Para descrever o efeito completo dos carregamentos combinados em uma junta de revestimento, é necessário descrever o estado de tensões multiaxial atuante, através do cálculo de um valor que represente tal estado. Esse valor é então submetido a um critério de falha, que busca determinar se a junta de revestimento sofrerá falha estrutural ou não.



Ao resumir um estado de tensões  $n$ -axial em um só valor,  $n - 1$  graus de liberdade são perdidos, sacrificando a capacidade de o critério de falha aplicado representar de fato o ponto de falha da estrutura. Assim, a correta escolha da metodologia de descrição do estado multiaxial de tensões, bem como do critério de falha, é crucial para que o dimensionamento das juntas de revestimento seja confiável.

Em geral, materiais dúcteis são melhor descritos por estados de tensão calculados com base na sua plastificação. Em particular, o dimensionamento de colunas de revestimento é tipicamente feito com base em um estado triaxial de tensões principais que descreve a energia de distorção à qual o material está submetido, conforme prescreve o relatório técnico ISO TR 10400 (2007). Essa quantidade é então submetida ao critério de von Mises, que representa a energia de distorção necessária para que o material esco. O valor que representa a energia de distorção é chamada de tensão de von Mises, e o limite a partir do qual o material sofre plastificação é chamado de tensão de escoamento.

Um ponto material cujas tensões principais são  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  apresenta tensão de von Mises  $\sigma_{vm}$ ,

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (3.33)$$

Reescrevendo a Eq. (3.33) em termos da tensão axial  $\sigma_z$  e das tensões de Lamé, descritas pelas Eqs. (3.24) e (3.25), obtém-se

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2}{2}} \quad (3.34)$$

O critério de von Mises determina a tensão máxima  $\sigma_y$  que caracteriza o regime elástico do material. Assim, a integridade da estrutura é caracterizada pela equação

$$\sigma_{vm} \leq \sigma_y \quad (3.35)$$

### 3.3 Modelo de Resistência a Pressão Interna de *Klever-Stewart*

A referência normativa ISO TR 10400 (2007) elenca a formulação proposta por Klever e Stewart (1998) como o modelo que melhor descreve a capacidade resistente de juntas tubulares a carregamentos de pressão interna, tanto no regime elástico quanto no regime plástico. O modelo de *Klever-Stewart*, modificado para levar em consideração carregamentos combinados de pressão interna, externa e forças axiais, é descrito pela

Eq. (3.36), que de forma implícita define a pressão máxima  $p_{iRa}$  a que pode ser submetida a junta para que a mesma não falhe por explosão.

$$p_{iRa} = p_o + \min \left\{ \frac{p_M + p_{\text{ref},T}}{2}, p_M \right\} \quad \text{onde} \quad (3.36)$$

$$p_M = p_{\text{ref},M} \sqrt{1 - k_R \left( \frac{F_{eff}}{F_{uts}} \right)^2} \quad (3.37)$$

Na Eq. (3.36),  $p_o$  representa a pressão externa aplicada à junta de revestimento.  $k_R$  é uma constante calculada através da equação

$$k_R = \frac{4^{1-n} - 1}{3^{1-n}} \quad (3.38)$$

onde  $n$  é o expoente de encruamento do aço, uma constante em modelos constitutivos que modelam o comportamento pós-plastificação através de uma relação exponencial.

Para calcular a força efetiva atuante na junta, primeiramente é necessário calcular a força axial  $F_a$ ,

$$F_a = \pi t (D - t) \sigma_a \quad (3.39)$$

onde  $\sigma_a$  é a tensão axial atuante,  $D$  é o diâmetro externo da junta e  $t$  é a espessura nominal da parede da mesma. De posse do valor para a força axial, a força efetiva  $F_{eff}$  é calculada de forma iterativa utilizando as Eqs. (3.37) e (3.40), a saber

$$F_{eff} = F_a + p_o \pi t (D - t) - \frac{p_M t (D - t)}{(k_{wall} t - k_a a_N)(D - k_{wall} t + k_a a_N)} \frac{\pi}{4} [D - 2 (k_{wall} t - k_a a_N)]^2 \quad (3.40)$$

onde  $k_{wall}$  é um fator de redução da espessura de parede a fim de contabilizar a tolerância de fabricação da junta;  $k_a$  é o fator de resistência à explosão, o qual, segundo a norma ISO TR 10400 (2007), admite valor de 1,0 para aços temperados e revenidos, e 2,0 caso contrário; e  $a_N$  corresponde à maior profundidade de uma microfratura no material que não pode ser detectada pelo sistema de inspeção vigente.

O denominador da Eq. (3.37), que representa a pressão interna no limite da ruptura segundo o critério de falha de von Mises, ajustada pelo fator de encruamento do aço e pela

força axial atuante, inclui a força axial de ruptura  $F_{uts}$ , calculada por

$$F_{uts} = \pi t (D - t) f_{umn} \quad (3.41)$$

onde  $f_{umn}$  é a mínima tensão de escoamento.

Para especificar totalmente  $p_M$ , é necessário definir  $p_{ref,M}$ , que representa a pressão interna no limite da ruptura segundo o critério de falha de von Mises, ajustada pelo fator de encruamento do aço:

$$p_{ref,M} = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{1+n} \left( \frac{1}{2} \right)^n p_{uts} \quad (3.42)$$

onde  $p_{uts}$  é a pressão no limite de ruptura

$$p_{uts} = 2f_{umn} \frac{k_{wall} t - k_a a_N}{D - k_{wall} t + k_a a_N} \quad (3.43)$$

Por fim, para especificar  $p_{iRa}$ , é necessário definir  $p_{ref,T}$ , que representa a pressão interna no limite da ruptura segundo o critério de falha de Tresca, ajustada pelo fator de encruamento do aço:

$$p_{ref,T} = \left( \frac{1}{2} \right)^n p_{uts} \quad (3.44)$$

Uma comparação entre a Eq. (3.36) e testes de ruptura em ambiente de laboratório é ilustrada na Figura 20.

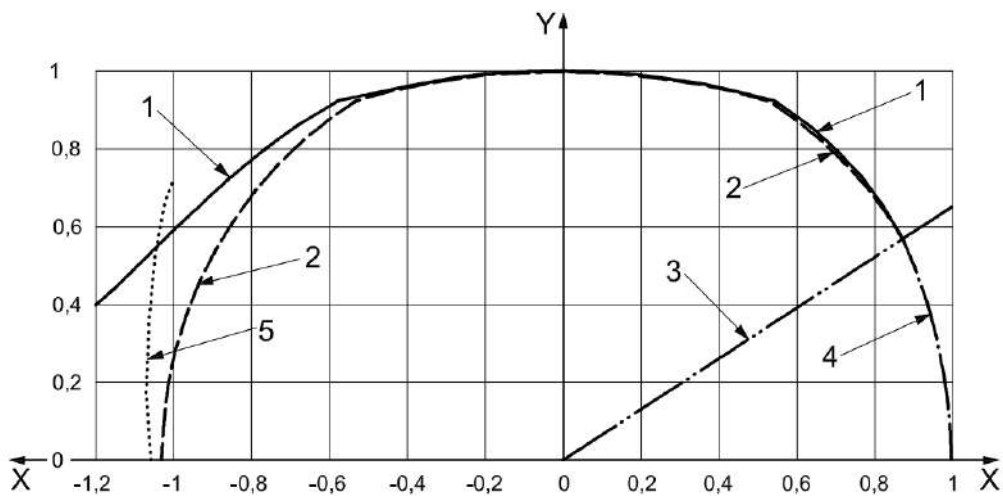


Figura 20 – Formulação de *Klever-Stewart*. Fonte: ISO TR 10400 (2007)

Na Figura 20, o eixo  $X$  corresponde à razão entre a força efetiva e a força axial de ruptura

$$X = \frac{F_{eff}}{F_{uts}} \quad (3.45)$$

enquanto que o eixo  $Y$  corresponde à diferença de pressão  $p_i - p_0$  dividida pela pressão de referência  $p_{ref}$

$$Y = \frac{p_i - p_0}{p_{ref}} \quad (3.46)$$

A curva 1 representa os pontos onde ocorreu falha por ruptura segundo os dados históricos relatados pela norma ISO TR 10400 (2007); a curva 2 representa os pontos onde a Eq. (3.36) prevê que haverá falha por ruptura. A curva 3 representa a região de transição entre dois modos de falha, a ruptura por pressão interna e o *necking* ou empescoçamento. A curva 4 representa os pontos onde a junta falhará por empescoçamento e a curva 5 representa a falha por enrugamento (*wrinkling*), um precursor do fenômeno da flambagem. Os fenômenos de empescoçamento e enrugamento não serão abordados por este trabalho.

A pressão de ruptura  $p_{iRa}$  deve ser obtida iterativamente, já que a pressão interna limite  $p_M$ , definida pela Eq. (3.37), depende da força efetiva  $F_{eff}$ , a qual depende de  $p_M$  conforme a Eq. (3.40).

A Eq. (3.36) não é válida nos casos em que

1. a tensão axial é muito elevada. Nesse caso, o modo de falha passa a ser o empescoçamento causado por tração excessiva. Esse comportamento é ilustrado na Figura 20, onde a curva 2, que representa a Eq. (3.36), é interrompida pela curva 3, que representa a região de transição entre os dois modos de falha; ou
2. a tração axial efetiva  $F_{eff}$  for negativa. Nesse caso, pode ocorrer o fenômeno de *flambagem*, tanto global quanto localizada, que invalida as hipóteses por trás da Eq. (3.36). Esse comportamento é ilustrado pela divergência entre as curvas 1 (testes de laboratório) e 2 na Figura 20, conforme a tração efetiva (eixo  $X$ ) vai se tornando mais negativa.

Para que a condição 1 não seja ativada, a força efetiva deve ser, no máximo,

$$F_{eff} \leq F_{uts} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{1-n} \quad (3.47)$$

## 4 Confiabilidade Estrutural na Análise de Revestimentos

### 4.1 Introdução

Segundo Madsen et al. (1986) e Melchers (1999), as várias incertezas relacionadas ao projeto, fabricação e uso de uma estrutura podem ser classificadas em incertezas normais e incertezas associadas a erros humanos e outros fatores que independem do engenheiro estrutural. As incertezas normais podem ser ainda subdivididas em incertezas inerentes ou fundamentais e incertezas devido ao incompleto ou imperfeito conhecimento na avaliação das cargas, solicitações e resistência de uma estrutura. As incertezas inerentes ou fundamentais resultam da aleatoriedade natural de uma determinada variável, por exemplo, espessura de parede de uma junta tubular, pressão de poros do reservatório, etc. Estas incertezas são inapartáveis das respectivas variáveis e não podem ser eliminadas com um maior número de informações.

Já as incertezas devido ao imperfeito ou incompleto conhecimento, também denominadas como epistêmicas, estão diretamente relacionadas à quantidade limitada de dados para definir estatisticamente as incertezas fundamentais e à imperfeição nos modelos matemáticos usados para calcular cargas, solicitações e a resistência de uma estrutura. A limitação sobre a quantidade e qualidade dos dados pode estar ainda ligada a motivos de ordem prática (os dados não existem ou sua coleta é muito onerosa) ou burocrática (os dados existem mas o acesso a estes é limitado por motivos burocráticos, legais ou contratuais). Estas incertezas podem ser reduzidas a partir de um número maior de informações ou através do emprego de modelos matemáticos mais precisos.

Incetezas associadas a erros humanos e outros fatores, tais como sabotagem e falhas operacionais, estão presentes no projeto, execução, manutenção e uso de uma estrutura e podem ser reduzidas através de mecanismos como controle de qualidade, inspeções, sistemas de alarme, entre outros.

As incertezas normais podem ser representadas através de variáveis aleatórias enquanto que as incertezas associadas a fatores humanos não. Estas últimas podem ser tratadas através de uma taxa de ocorrência a partir de um histórico de observações e contempladas no âmbito da confiabilidade de sistemas.

O principal objetivo da confiabilidade estrutural é a quantificação da segurança de uma estrutura, ou seja, a avaliação da sua probabilidade de falha associada às incertezas normais durante a sua vida útil; não contempla, portanto, falhas relacionadas a erros

humanos. A probabilidade de falha calculada através da confiabilidade estrutural constitui, portanto, apenas uma das parcelas que contribuem para a probabilidade real de falha de uma estrutura.

## 4.2 Probabilidade de Falha Condicional a um Caso de Carregamento

A quantificação da probabilidade de falha  $p_{f,i}$  associada a um caso de carregamento  $C_i$  (influxo de fluidos da formação para o interior do poço, *tubing leak*, *full evacuation*, etc) é dada pela ocorrência simultânea deste caso de carregamento e da falha  $F$  correspondente a ele. Em outras palavras, representa a probabilidade de ocorrer um caso de carregamento especificado e uma falha simultaneamente. Assim, pode ser representada pelo produto entre a probabilidade de ocorrência do caso de carregamento  $C_i$  e a probabilidade de ocorrência da falha  $F$  dado que  $C_i$  foi observado. Em outras palavras,

$$\begin{aligned} p_{f,i} &= P(F, C_i) \\ &= P(F|C_i) \cdot P(C_i) \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde o evento  $F$  representa a observação de alguma falha estrutural e o evento  $C_i$  representa a observação do carregamento que pode resultar na falha  $F$ . O evento  $C_i$  representa, em outras palavras, os diferentes casos de carregamento, por exemplo o influxo de fluidos para o interior do poço ou o *full evacuation*. A probabilidade de falha total  $p_{f,t}$ , que embute a probabilidade de ocorrência de todos os  $K$  casos de carregamento  $C_{i=1..K}$ , é portanto representada por

$$\begin{aligned} p_{f,t} &= \sum_i p_{f,i} \\ &= \sum_i^K P(F|C_i) \cdot P(C_i) \end{aligned} \quad (4.2)$$

A probabilidade de ocorrência do carregamento  $C_i$  pode ser determinada através da análise de dados históricos. No entanto, dados sobre carregamentos de sobrevivência, foco deste trabalho, são raros por definição; dessa forma, o cálculo da probabilidade de ocorrência dos carregamentos de sobrevivência foge do escopo do presente trabalho. Assim sendo, a partir deste ponto, referências à probabilidade de falha  $p_f$  serão equivalentes à  $P(F|C_i)$ , a probabilidade de falha condicionada a um caso de carregamento específico  $C_i$ .

### 4.3 Conceitos Básicos sobre a Probabilidade de Falha

A probabilidade de falha  $p_f$  é calculada com base em uma função chamada de *função de falha*  $G(\cdot)$ , que depende dos carregamentos  $S$  impostos à estrutura e da resistência  $R$  de tal estrutura a esses carregamentos, *i.e.*

$$G(\underline{U}_d, \underline{U}) = R(\underline{U}_d, \underline{U}) - S(\underline{U}_d, \underline{U}) \quad (4.3)$$

onde os vetores  $\underline{U}_d$  e  $\underline{U}$  representam todas as variáveis que afetam a resistência  $R$  e a solicitação  $S$ . Tais variáveis podem ser determinísticas (vetor  $\underline{U}_d$ ), quando não há incerteza associada ao seu valor, ou aleatórias (vetor  $\underline{U}$ ), quando seu valor não é conhecido *a priori*; nesse caso, essas variáveis são descritas por distribuições de probabilidade. A partir desse ponto do presente trabalho, o vetor  $\underline{U}_d$  será omitido das equações por motivo de clareza de apresentação.

O limite  $G(\underline{U}) = 0$ , onde a estrutura alcança seu limite estrutural, é conhecido como superfície de falha. Para avaliar se uma estrutura está dentro dos seus limites de segurança, é necessário quantificar a probabilidade de acontecerem falhas, ou seja, calcular a probabilidade da função de falha assumir valores contidos no domínio de falha  $F: G(\underline{U}) \leq 0$  ou, de forma equivalente,  $F: R(\underline{U}) \leq S(\underline{U})$ . Esta probabilidade é chamada de probabilidade de falha e é definida por

$$p_f = P(G(\underline{U}) \leq 0) \quad (4.4)$$

conforme exemplificado, no caso bidimensional, na Figura 21.

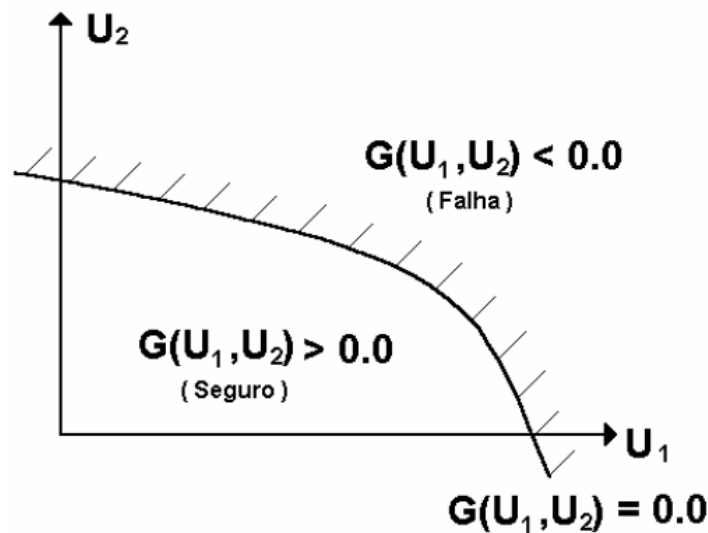


Figura 21 – Exemplo de uma função de falha. Fonte: Sagrilo (2007)

A probabilidade de falha  $p_f$  pode então ser expressa na forma

$$p_f = \int_F f_{\underline{U}}(\underline{u}) d\underline{u} \quad (4.5)$$

onde  $f_{\underline{U}}(\cdot)$  representa a função densidade de probabilidade (PDF) conjunta de todas as variáveis aleatórias contidas em  $\underline{U}$  e  $F$  indica o domínio de falha ( $G(\underline{U}) \leq 0$ ), conforme ilustra a Figura 22 em um caso bidimensional onde  $\underline{U} = (r, s)$ .

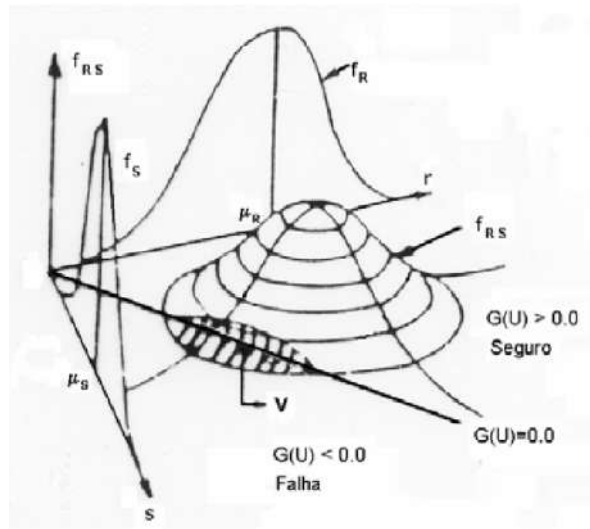


Figura 22 – Probabilidade de falha. Fonte: Sagrilo (2007)

No caso específico de um elemento estrutural genérico com resistência  $R$  e solicitado por um carregamento  $S$  a probabilidade de falha pode ser escrita como

$$\begin{aligned} p_f &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^s f_R(r) f_S(s) dr ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \end{aligned} \quad (4.6)$$

ou, de forma equivalente, por

$$\begin{aligned} p_f &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_r^{\infty} f_R(r) f_S(s) ds dr \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (1 - F_S(r)) f_R(r) dr \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  são as PDF que representam a resistência  $R$  e a solicitação  $S$ , respectivamente, e  $F_R(r)$  e  $F_S(s)$  são as respectivas funções cumulativas de probabilidade. Nas Eqs. (4.6) e (4.7), assume-se que  $R$  e  $S$  são estatisticamente independentes.



## 4.4 Métodos para Estimar a Probabilidade de Falha

A avaliação da Eq. (4.5) pode se tornar complicada, a depender da complexidade do domínio  $F$  e da dimensão  $N$  do problema, onde  $N$  é o número de variáveis aleatórias:

$$N = \dim(\underline{U}) \quad (4.8)$$

A despeito do surgimento de técnicas modernas de integração numérica e de computadores com cada vez mais capacidade de processamento, na prática a avaliação da Eq. (4.5) diretamente, sem aproximações, só é viável em problemas com um número reduzido de variáveis aleatórias. Inúmeros problemas reais podem apresentar dezenas de variáveis aleatórias; por esse motivo, outros métodos para avaliar a probabilidade de falha foram desenvolvidos, os quais serão descritos a seguir.

### 4.4.1 Simulação Monte Carlo

Segundo Ang e Tang (2007), a Simulação Monte Carlo é um processo numérico para calcular o valor de um operador empírico ou matemático no qual as variáveis que o compõem são aleatórias e representadas por distribuições de probabilidades definidas. Cada repetição do algoritmo representa uma amostra da solução final, similar à amostragem em um experimento real. Dessa forma, o conjunto de  $N_a$  amostras obtido ao final da simulação representa a distribuição do operador.

A Simulação Monte Carlo aplicada à análise de Confiabilidade Estrutural envolve a execução de  $N_a$  repetições do cálculo da função de falha  $G(\underline{U})$ . Em cada uma das repetições, as variáveis aleatórias que compõem o vetor  $\underline{U}$  são amostradas segundo suas distribuições de probabilidade, e o resultado final – sucesso ( $G(\underline{U}) \geq 0$ ) ou falha ( $G(\underline{U}) < 0$ ) – é armazenado. Ao fim das  $N_a$  repetições,  $n_f$  falhas terão sido armazenadas. Uma estimativa para a probabilidade de falha  $p_{f,MC}$  é a probabilidade de falha observada na amostra de  $N_a$  simulações, a saber

$$p_{f,MC} = \frac{n_f}{N_a} \quad (4.9)$$

Segundo Ang e Tang (2007), o erro padrão dessa estimativa é dado por

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p_{f,MC} (1 - p_{f,MC})}{N_a}} \quad (4.10)$$

Assim, assumindo que os erros são normalmente distribuídos com média  $\mu_\delta = 0$  e são independentes entre si, calcula-se o intervalo  $p_{f,MC} \pm \delta p_f$  correspondente a um certo

nível de significância  $\alpha_{sig}$ ,

$$\delta p_f = \Phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha_{sig}}{2} \right) \cdot \sigma_p \quad (4.11)$$

onde  $\Phi(\cdot)$  representa a função cumulativa de probabilidades (CDF) da distribuição normal padrão, ou seja, com média  $\mu = 0$  e desvio-padrão  $\sigma = 1$ , e  $\alpha_{sig}$  representa o nível de significância, ou seja, a probabilidade de o intervalo  $p_{f,MC} \pm \delta p_f$  não conter a real probabilidade de falha. Dessa forma, dada uma certa amplitude para o intervalo de incerteza  $\delta p_f$  e o nível de significância  $\alpha_{sig}$ , é possível dimensionar a Simulação Monte Carlo ao calcular o número apropriado de simulações  $N_a$  ao substituir a Eq. (4.10) na Eq. (4.11):

$$N = \left[ \Phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha_{sig}}{2} \right) \right]^2 \cdot \frac{p_{f,0} (1 - p_{f,0})}{\delta p_f^2} \quad (4.12)$$

onde  $p_{f,0}$  é uma estimativa prévia da probabilidade de falha e  $\alpha_{sig}$  é o nível de significância desejado.

É comum dimensionar o número de simulações  $N_a$  da Simulação Monte Carlo com base na razão entre a probabilidade de sucesso estimada  $1 - p_{f,0}$  e a probabilidade de falha estimada  $p_{f,0}$ , a saber

$$N_a = C \cdot \frac{1 - p_{f,0}}{p_{f,0}} \quad (4.13)$$

Nesse caso, a constante  $C$  adequada pode ser expressa por

$$C = \left[ \frac{\Phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha_{sig}}{2} \right)}{\frac{\delta p_f}{p_{f,0}}} \right]^2 \quad (4.14)$$

onde  $\delta p_f/p_{f,0}$  representa a amplitude percentual do intervalo de incerteza sobre a probabilidade de falha. Por exemplo, para um nível de significância  $\alpha_{sig} = 5\%$  e amplitude do intervalo de incerteza de  $20\%$  –  $\delta p_f/p_{f,0} = 20\%$  – a constante  $C$  adequada é

$$\begin{aligned} C &= \left[ \frac{\Phi^{-1} \left( 1 - \frac{0,05}{2} \right)}{0,2} \right]^2 \\ &= \left( \frac{1,95996}{0,2} \right)^2 \\ &\approx 96 \end{aligned} \quad (4.15)$$

A Tabela 2 lista algumas combinações usuais de nível de significância, amplitude do intervalo de incerteza ao redor de  $p_{f,MC}$  e o valor da constante  $C$ .

Tabela 2 – Relação entre a amplitude do intervalo de incerteza e a constante  $C$

Nível de significância	Amplitude do intervalo de incerteza	$C$
$\alpha_{sig}$	$\delta p_f / p_{f,0}$	
1%	10%	663
1%	20%	166
5%	10%	384
5%	20%	96

#### 4.4.2 Índice de Confiabilidade

O método do índice de confiabilidade  $\beta$  é um caso particular que permite o cálculo da probabilidade de falha em casos nos quais as distribuições de  $R$  e  $S$  sejam normalmente distribuídas e a função de falha seja linear nestas variáveis, *i.e.*

$$G(\underline{U}) = Z = R - S \quad (4.16)$$

Assim, as distribuições de probabilidade de  $R$  e  $S$  são dadas por

$$\begin{aligned} R &\sim \mathcal{N}(\mu_R; \sigma_R^2) \\ S &\sim \mathcal{N}(\mu_S; \sigma_S^2) \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde  $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$  representa a distribuição normal com média  $\mu$  e desvio-padrão  $\sigma$ . Sendo a função de falha uma combinação linear de variáveis normalmente distribuídas, ela apresenta também comportamento normal

$$\begin{aligned} Z &\sim \mathcal{N}(\mu_Z; \sigma_Z^2) \\ &\sim \mathcal{N}(\mu_R - \mu_S; \sigma_R^2 + \sigma_S^2) \end{aligned} \quad (4.18)$$

e a probabilidade de falha será portanto

$$\begin{aligned}
p_f &= P(Z \leq 0) = \text{CDF} [\mathcal{N}(\mu_Z; \sigma_Z^2)] \\
&= \Phi \left( \frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z} \right) \\
p_f &= \Phi(-\beta)
\end{aligned} \tag{4.19}$$

onde  $\Phi(\cdot)$  representa a CDF da distribuição normal padrão e a variável  $\beta$  é o índice de confiabilidade, definido como

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{4.20}$$

Generalizando a formulação para contemplar as  $N$  variáveis que compõem o vetor  $\underline{U}$ , a função de falha é descrita por

$$G(\underline{U}) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i U_i \tag{4.21}$$

Nesse caso, o índice de confiabilidade pode ser expresso por

$$\beta = \frac{\alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i \mu_{U_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \alpha_i^2 \sigma_{U_i}^2}} \tag{4.22}$$

O mesmo problema descrito acima pode ser expresso com o auxílio de variáveis normais padrão auxiliares:

$$\begin{aligned}
r &= \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \\
s &= \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

onde

$$R, S \sim \mathcal{N}(\mu_{R,S}; \sigma_{R,S}^2) \iff r, s \sim \mathcal{N}(0; 1) \tag{4.24}$$

As variáveis  $r$  e  $s$  são chamadas *variáveis reduzidas*. Dessa forma, a função de falha  $G(\underline{U})$  pode ser expressa por

$$G(\underline{U}) \equiv g[r(\underline{U}), s(\underline{U})] = \mu_R + r \sigma_R - \mu_S - s \sigma_S \tag{4.25}$$

Observa-se que, aplicando a Eq. (4.23), conclui-se que a origem do espaço das variáveis reduzidas corresponde à média das variáveis originais:

$$r, s = 0 \iff R, S = \mu_{R,S} \quad (4.26)$$

Representando-se a superfície de falha  $g(r,s) = 0$  acima no espaço das variáveis reduzidas  $r$  e  $s$ , conforme ilustrado pela Figura 23, e calculando-se a distância  $d$  desta superfície até a origem, obtém-se

$$\begin{aligned} d &= \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \\ &= \beta \end{aligned} \quad (4.27)$$

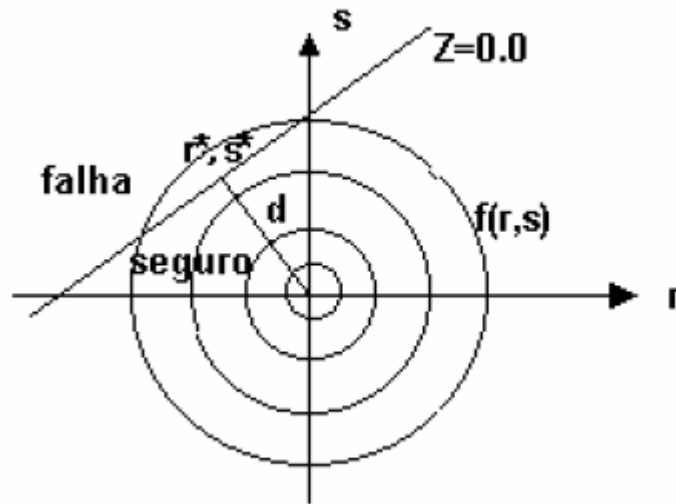


Figura 23 – Representação geométrica de  $\beta$ . Fonte: Sagrilo (2007)

Portanto, no espaço das variáveis reduzidas, a distância da superfície de falha até a origem é numericamente equivalente ao índice de confiabilidade  $\beta$ .

O índice de confiabilidade  $\beta$  constitui uma maneira fácil de calcular a probabilidade de falha, através da Eq. (4.19). Além disso, o índice de confiabilidade é melhor adaptado para sintetizar a confiabilidade de um sistema do que a probabilidade de falha  $p_f$ , uma vez que  $\beta$  tende a ter valores numericamente mais próximos daqueles usados no dia-a-dia. Em contraste, a probabilidade de falha  $p_f$  tende a assumir valores muito pequenos, o que dificulta sua contextualização. A Tabela 3 mostra a relação entre alguns valores para a probabilidade de falha e o valor de  $\beta$  correspondente.

Tabela 3 – Relação entre a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade

Probabilidade de falha		Índice de confiabilidade
	$p_f$	$\beta$
$10^{-2}$	1%	2,326
$10^{-4}$	0,01%	3,719
$10^{-6}$	0,0001%	4,753
$10^{-8}$	0,000001%	5,612

#### 4.4.3 First Order Reliability Method - FORM

O *First Order Reliability Method (FORM)* (MELCHERS, 1999; MADSEN et al., 1986; ANG; TANG, 2007) é um método de solução que se baseia na linearização local da superfície de falha  $G(\underline{U}) = 0$ . Para tal, assim como o método baseado no índice de confiabilidade, o *FORM* envolve o cálculo de  $\beta$ . No entanto, conforme exposto na Seção 4.4.2, os requisitos para o cálculo de  $\beta$  são que as variáveis relevantes sejam normais, que sejam independentes entre si e que a função de falha seja linear. Assim, no *FORM*, o vetor  $\underline{U}$ , que potencialmente contém variáveis aleatórias não-normais e/ou correlacionadas entre si é, primeiramente, transformado em um vetor  $\underline{V}$  composto de variáveis normais padrão estatisticamente independentes entre si. A função de falha  $G(\underline{U})$  é, então, expressa como  $g(\underline{V})$ , uma nova função, dependente apenas do novo vetor  $\underline{V}$ .

Conforme a premissa do *FORM*, a função  $G(\underline{U})$ , e por consequência a função  $g(\underline{V})$ , apresenta formato arbitrário. No entanto, o método de cálculo do índice de confiabilidade  $\beta$  tem por hipótese que a função de falha  $G(\underline{U})$  tem o formato da Eq. (4.21) e, portanto, é linear em suas variáveis relevantes. Assim, para calcular o valor de  $\beta$  para funções  $g(\underline{V})$  arbitrárias, é necessário linearizá-las, expressando-as no formato da Eq. (4.21). Esta linearização é feita iterativamente no ponto sobre a superfície de falha que esteja mais próximo da origem do sistema, como mostra a Figura 23. Para tal, expressando  $\beta$  em função do vetor de variáveis normais padrão  $\underline{V}$ , se obtém

$$\beta = |\underline{V}^*| \quad (4.28)$$

onde  $\underline{V}^*$  corresponde ao ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas, ou seja, o ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem. É possível então expressar o ponto de projeto  $\underline{V}^*$  de forma vetorial,

$$\underline{V}^* = -\beta \hat{\alpha} \quad (4.29)$$

onde o vetor unitário  $\hat{\alpha}$  está orientado de forma a apontar para a origem a partir do ponto de projeto, a saber:

$$\alpha_i = \frac{\nabla g(\underline{V}^*)_i}{|\nabla g(\underline{V}^*)|} \quad (4.30)$$

Dessa forma, a partir das Eqs. (4.28) e (4.29), expressa-se a função de falha  $g(\underline{V})$

$$g(\underline{V}) = \beta - \hat{\alpha} \cdot \underline{V} \quad (4.31)$$

$$= \beta - \sum_{i=1}^N \alpha_i V_i \quad (4.32)$$

De posse da função de falha linearizada descrita nas Eqs. (4.31) e (4.32), o valor de  $\beta$  é calculado através da Eq. (4.22) e a probabilidade de falha da estrutura é avaliada de forma aproximada através da Eq. (4.19).

Além de possibilitar o cálculo da probabilidade de falha de uma estrutura, o *FORM* também fornece mais informações a respeito das variáveis aleatórias utilizadas em sua análise. Uma dessas informações é o *fator de importância* de cada variável aleatória, que mede a importância relativa de cada uma para o cálculo do valor final da probabilidade de falha. Dessa forma, variáveis com fator de importância baixo poderiam, hipoteticamente, ser consideradas variáveis determinísticas; variáveis com fator de importância alto, por outro lado, são aquelas onde a maior parte do esforço de caracterização deve ser concentrado. O fator de importância  $I_i$  da variável  $i$  pode ser calculado por

$$I_i = \alpha_i^2 \quad (4.33)$$

onde  $\alpha_i$  é a componente  $i$  do vetor unitário  $\hat{\alpha}$  definido acima.

Uma outra maneira de expressar os fatores de importância é através dos *fatores de omissão*. Após o cálculo da probabilidade de falha, é possível realizar uma análise de sensibilidade dos resultados; para tal, substitui-se uma das variáveis aleatórias por uma variável determinística com valor representativo, e observa-se a variação correspondente no índice de confiabilidade. Variações pequenas indicam que a variável aleatória retirada da análise não afeta o índice de confiabilidade, e portanto tem baixa importância sobre a variabilidade do resultado. Dessa forma, o fator de omissão  $\gamma_i$  da variável  $i$  é a razão entre o índice de confiabilidade modificado pela análise de sensibilidade e o índice de confiabilidade original, a saber

$$\begin{aligned}
\gamma_i &= \frac{\beta(U_i = \mu_i)}{\beta} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha_i^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1 - I_i}}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

A Eq. (4.34) mostra que, quanto menor o fator de importância, mais próximo de 1 é o fator de omissão. A medida que o fator de importância cresce, o fator de omissão cresce até o infinito. Assim, é uma ferramenta bastante útil para determinar quais variáveis são relevantes para a análise probabilística.

Os principais desafios no método *FORM* são a transformação de variáveis com distribuição arbitrária em variáveis normais padrão equivalentes e a busca pelo ponto de projeto  $V^*$ . Esses desafios serão comentados nas Seções 4.4.3.1 e 4.4.3.2 a seguir.

#### 4.4.3.1 Transformação de Variáveis

Existem inúmeros métodos que se propõem a transformar as variáveis aleatórias arbitrariamente distribuídas  $\mathcal{U}$  em variáveis  $\mathcal{V}$  normais padrão e estatisticamente independentes. A metodologia mais difundida em aplicações de Confiabilidade Estrutural é conhecida como transformação de Nataf, introduzida por Nataf (1962).

O primeiro passo do processo de encontrar as variáveis aleatórias normais padrão e estatisticamente independentes a partir de variáveis com distribuição e correlação arbitrárias é encontrar a distribuição normal equivalente a cada uma de tais variáveis. A distribuição normal equivalente de uma distribuição arbitrária é aquela que, em um ponto  $u^*$  qualquer, apresenta o mesmo valor para a PDF e a CDF que as respectivas funções originais. Em outras palavras,

$$\begin{aligned}
\Phi\left(\frac{u^* - \mu_u^N}{\sigma_u^N}\right) &= F_U(u^*) \quad , \text{ e} \\
\frac{1}{\sigma_u^N} \cdot \phi\left(\frac{u^* - \mu_u^N}{\sigma_u^N}\right) &= f_U(u^*)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

onde  $\phi(\cdot)$  é a PDF da distribuição normal. A solução do sistema definido pela Eq. (4.35) é dada por

$$\sigma_u^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_U(u^*)]\}}{f_U(u^*)} \tag{4.36}$$

$$\mu_u^N = u^* - \sigma_u^N \Phi^{-1}[F_U(u^*)] \tag{4.37}$$



A variável  $V'$  normal padrão correspondente é então dada por

$$V'_i = \frac{u^* - \mu_u^N}{\sigma_u^N} \quad (4.38)$$

Após a normalização das variáveis aleatórias arbitrárias do vetor  $\underline{U}$ , é necessário descorrelacioná-las e torná-las independentes entre si; isto é feito através dos coeficientes de correlação equivalentes. Conforme demonstram Kiureghian e Liu (1986), para que a transformação proposta tenha sucesso, os coeficientes de correlação devem ser ajustados por um fator  $\mathcal{F}$ , que depende dos próprios coeficientes de correlação e dos coeficientes de variação das variáveis em questão. Em outras palavras,

$$\rho_{i,j}^E = \mathcal{F} \left( \rho_{i,j}, \frac{\sigma_i}{\mu_i}, \frac{\sigma_j}{\mu_j} \right) \cdot \rho_{i,j} \quad (4.39)$$

onde os índices  $i$  e  $j$  representam quaisquer duas das  $N$  distribuições de probabilidade arbitrárias em análise. Kiureghian e Liu (1986) desenvolveram expressões analíticas para  $\mathcal{F}$  para uma variedade de distribuições de probabilidade.

As distribuições normais equivalentes podem ser representadas em um novo vetor  $\underline{U}^E$ . De posse dos parâmetros das distribuições normais equivalentes, bem como dos coeficientes de correlação entre as distribuições arbitrária e normal, o próximo passo é simultaneamente descorrelacioná-las e padronizá-las. A expressão que relaciona  $\underline{V}$  e  $\underline{U}^E$  é

$$\underline{V} = \underline{\Gamma} \underline{\sigma}^{-1} \left( \underline{U}^E - \underline{\mu} \right) \quad (4.40)$$

onde  $\underline{\mu}$  representa o vetor contendo as médias das distribuições de  $\underline{U}^E$ ,  $\underline{\sigma}$  representa a matriz diagonal contendo os desvios-padrão das distribuições de  $\underline{U}^E$  e  $\underline{\Gamma} = \underline{L}^{-1}$ , onde  $\underline{L}$  é a matriz  $N \times N$  triangular inferior obtida através da *decomposição de Cholesky* da matriz  $\underline{P}^E$  de coeficientes de correlação equivalentes entre as variáveis de  $\underline{U}^E$ , a saber

$$\underline{L} \underline{L}^T = \underline{P} \quad (4.41)$$

A matriz  $\underline{L}$  pode ser calculada mais facilmente a partir das seguintes relações:

$$\begin{aligned}
L_{1,1} &= 1 \\
L_{i,1} &= \rho_{i,1}^E \quad \forall i \in 1 \dots N \\
L_{i,k} &= \frac{1}{L_{k,k}} \left( \rho_{i,k}^E - \sum_{j=1}^{k-1} L_{i,j} L_{k,j} \right) \quad \forall k \in 1 \dots i \\
L_{i,i} &= \sqrt{1 - \sum_{j=1}^{i-1} L_{i,j}^2}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

#### 4.4.3.2 Determinação do Ponto de Projeto

Após a especificação do vetor de variáveis normais padrão e independentes entre si, o próximo passo é a determinação do ponto de projeto  $\underline{V}^*$ , correspondente ao ponto mais próximo da origem sobre a superfície de falha  $g(\underline{V}) = 0$ .

Existem vários algoritmos de otimização para resolver este problema. O algoritmo mais usado na análise de confiabilidade estrutural é aquele desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978). Este algoritmo é comumente identificado como *HLRF* e é resumido pela seguinte expressão recursiva:

$$\underline{V}^{K+1} = \frac{\nabla g^T(\underline{V}^K) \underline{V}^K - g(\underline{V}^K)}{|\nabla g(\underline{V}^K)|^2} \nabla g(\underline{V}^K) \tag{4.43}$$

onde  $\underline{V}^K$  representa o candidato ao ponto de projeto  $\underline{V}^*$  na  $K$ -ésima iteração e  $\nabla g(\underline{V}^K)$  representa o gradiente da função de falha no espaço reduzido, que pode ser expresso por

$$\begin{aligned}
\nabla g(\underline{V}^K) &= (\mathbf{J}^{-1})^T \nabla G(\underline{U}^E) \\
\text{onde } \mathbf{J} &= \mathbf{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}^{-1}
\end{aligned} \tag{4.44}$$

#### 4.4.3.3 Algoritmo de Análise de Confiabilidade pelo Método *FORM*

A solução completa para a análise de confiabilidade pelo método *FORM* pode ser resumida em 10 passos descritos a seguir:

1. Calcular as correlações equivalentes  $\rho_{i,j}^E$  entre as variáveis, conforme a Eq. (4.39), e montar a matriz  $\mathbf{\Gamma}$ ;
2. Escolher um ponto de partida  $\underline{U}^{K=0}$  no espaço original;

3. Determinar os parâmetros das distribuições normais equivalentes, conforme as Eqs. (4.36) e (4.37), montando assim a matriz  $\sigma$  e o vetor  $\underline{\mu}$ , contendo os desvios-padrão e as médias, respectivamente;
4. Avaliar a função de falha  $G(\underline{U}^K)$ , seu gradiente e o Jacobiano da transformação para  $g(\underline{V}^K)$ , conforme a Eq. (4.44);
5. Calcular o valor  $\underline{V}^K$  do ponto  $\underline{U}^K$  no espaço reduzido, através da Eq. (4.40);
6. Calcular o próximo candidato ao ponto de projeto  $\underline{V}^{K+1}$  através do algoritmo HLRF, descrito pela Eq. (4.43);
7. Calcular o índice de confiabilidade, através da Eq. (4.28);
8. Calcular o valor do ponto de projeto no espaço original  $\underline{U}^{K+1}$  através da expressão

$$\underline{U}^{K+1} = \underline{U} + (\mathbf{J}^{-1})^T (\underline{V}^{K+1} - \underline{V}^K)$$

9. Repetir os passos 3 a 8 até que a magnitude do vetor  $\underline{V}^{K+1}$  não se altere significativamente em relação a  $\underline{V}^K$ ; e
10. Calcular a probabilidade de falha através da Eq. (4.19).

O passo 4 da avaliação da probabilidade de falha pelo método *FORM* envolve o cálculo das derivadas parciais da função de falha, a fim de compor o vetor gradiente. O cálculo dessas derivadas pode ser feito numericamente, através de técnica de *diferenças finitas*. A análise numérica das derivadas parciais da função de falha envolve pelo menos  $N$  avaliações adicionais da mesma em cada iteração do algoritmo HLRF.

O *FORM* é uma alternativa com menor número de iterações quando comparado à Simulação Monte Carlo. Isso implica em um menor número de repetições ou, equivalentemente, menor número de avaliações da função de falha. Além disso, o gradiente da função de falha, calculado em cada iteração do *FORM* e indisponível na Simulação Monte Carlo, fornece valiosa informação a respeito do formato da função que se deseja representar; essa informação auxilia o *FORM* a percorrer melhor o domínio de falha, gerando estimativas melhores para a probabilidade de falha em menos tempo. Por fim, o número de repetições adequado em uma Simulação Monte Carlo depende de uma estimativa prévia da probabilidade de falha  $p_{f,0}$ , conforme a Eq. (4.12); em contraste, o cálculo do *FORM* não requer essa estimativa, minimizando erros.

Por outro lado, o algoritmo da Simulação Monte Carlo é utilizado como uma alternativa conceitualmente mais simples ao *FORM*. Em comparação com o *FORM*, cada iteração de uma Simulação Monte Carlo tem custo computacional menor, uma vez que as

iterações do *FORM* dependem do cálculo de do gradiente da função de falha, o que não é necessário na Simulação Monte Carlo. Essa simplicidade conceitual da Simulação Monte Carlo a torna atrativa para problemas onde a função de falha não é facilmente diferenciável. Além disso, o *FORM* requer que as funções de falha sejam lineares, prejudicando a acurácia da previsão quando elas são altamente não-lineares.

Além disso, deve-se sempre ressaltar que o *FORM* é uma estimativa aproximada da solução. A qualidade dessa aproximação depende primariamente da curvatura da superfície de falha; quanto maior a curvatura, pior o *FORM* aproxima a solução real. Em contraste, a precisão da Simulação Monte Carlo é arbitrária, dependendo primariamente do número de simulações executadas. Por fim, funções que apresentem múltiplos pontos de projeto não são bem avaliadas pelo *FORM*.

#### 4.4.4 *Second Order Reliability Method - SORM*

Em contraste com o *FORM*, o método *SORM* aproxima a função de falha  $g(\underline{V})$  por uma função quadrática. A probabilidade de falha passa então a depender da curvatura local da superfície de falha no ponto candidato  $\underline{V} = \underline{V}^K$ . A dependência da curvatura implica na necessidade de cálculo das derivadas parciais de segunda ordem da função de falha (MELCHERS, 1999; MADSEN et al., 1986). A introdução de derivadas de segunda ordem resulta em maior complexidade do problema, sem ganho correspondente de acurácia ou de velocidade de convergência. Por esse motivo, neste trabalho foi implementado o método *FORM* para calcular a probabilidade de falha da coluna de revestimentos.

### 4.5 Confiabilidade de Sistemas

Existem casos em que um mesmo problema pode envolver mais de uma função de falha. Por exemplo, quando uma estrutura está sujeita a diferentes modos de falha, cada um destes é descrito por uma função de falha e em seguida a probabilidade de falha é calculada levando em consideração todas essas funções de falha.

Quando o sistema falha se qualquer um dos  $M$  modos de falha forem ativados, ele é denominado *sistema em série*. Por contraste, sistemas que falham somente se todos os  $M$  modos de falhas são ativados são chamados de *sistemas em paralelo*. A Figura 24 ilustra os dois tipos de sistema.

A região de falha de um sistema em série corresponde à união das regiões de falha de cada função de falha. Assim, a probabilidade de falha de um sistema em série  $p_{f,s}$  com

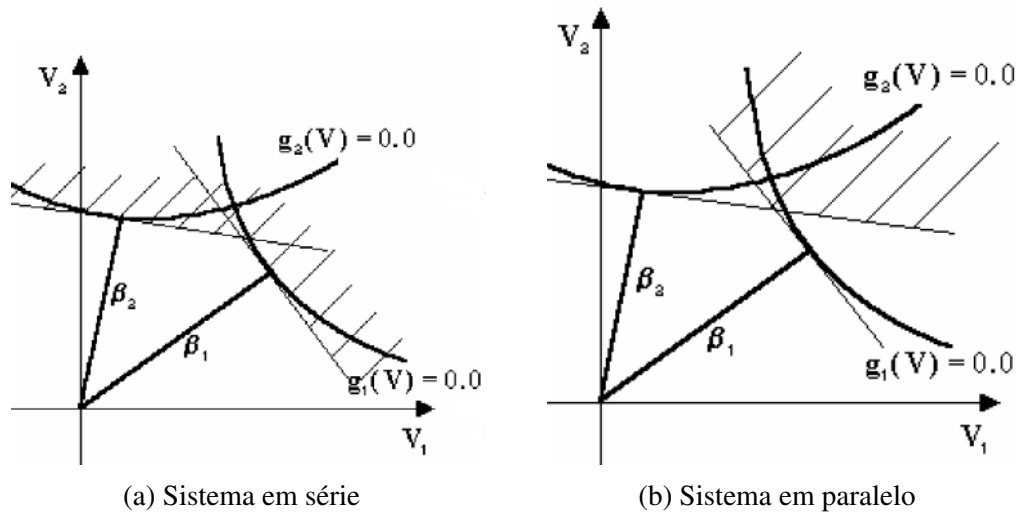


Figura 24 – Exemplos de sistema com duas funções de falha. Fonte: Sagrilo (2007)

$M$  componentes pode ser expressa por

$$p_{f,s} = P \left[ \bigcup_{i=1}^M (G_i(\underline{U}) < 0) \right] \quad (4.45)$$

onde  $G_i$  representa a função de falha correspondente ao  $i$ -ésimo componente. Aplicando conceitos da teoria de probabilidades relativos à união de eventos, a Eq. (4.45) pode ser reescrita:

$$p_{f,s} = \sum_{i=1}^M P_i - \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^M P_{i,j} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^M \sum_{k=j+1}^M P_{i,j,k} - \dots \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \text{onde} \quad P_i &= P \left( G_i(\underline{U}) < 0 \right) \\ P_{i,j} &= P \left[ \left( G_i(\underline{U}) < 0 \right) \cap \left( G_j(\underline{U}) < 0 \right) \right] \\ P_{i,j,k} &= P \left[ \left( G_i(\underline{U}) < 0 \right) \cap \left( G_j(\underline{U}) < 0 \right) \cap \left( G_k(\underline{U}) < 0 \right) \right] \\ &\vdots \end{aligned} \quad (4.47)$$

Uma vez que as probabilidades de falha são em geral pequenas, é possível simplificar a Eq. (4.46) removendo os termos de ordem superior,

$$p_{f,s} = \sum_{i=1}^M P_i - \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^M P_{i,j} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^M \sum_{k=j+1}^M P_{i,j,k} - \dots \quad (4.48)$$

Aplicando o conceito acima ao *FORM*, conforme a Figura 24 demonstra, o domínio de falha  $N$ -dimensional  $F_{\text{FORM}}$  é definido pela superfície formada pelos hiperplanos tangentes às funções  $G_i$  em cada ponto de mínimo. Dessa forma, as probabilidades de falha presentes na Eq. (4.48),  $P_i$  e  $P_{i,j}$ , podem ser expressas por

$$\begin{aligned} P_i &= \Phi(-\beta_i) \\ P_{i,j} &= \Phi_2(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{i,j}) \end{aligned} \quad (4.49)$$

onde  $\beta_i$  é o índice de confiabilidade do componente  $i$  do sistema em série,  $\rho_{i,j}$  é a correlação entre os dois componentes  $i$  e  $j$  e  $\Phi_n(\cdot)$  é a CDF da distribuição normal  $n$ -variada. Segundo Madsen et al. (1986),  $\rho_{i,j}$  pode ser representado por

$$\rho_{i,j} = \hat{\alpha}_i \cdot \hat{\alpha}_j \quad (4.50)$$

onde  $\hat{\alpha}_i$  é o vetor diretor unitário normal à função de falha  $g_i$  no ponto de projeto  $\underline{U}^*$  e corresponde a

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\nabla G_i(\underline{U}^*)}{|\nabla G_i(\underline{U}^*)|} \quad (4.51)$$

A CDF normal padrão bidimensional de variáveis cuja correlação entre si é  $\rho$ , presente na Eq. (4.49), é expressa como

$$\begin{aligned} \Phi_2(X, Y, \rho) &= \int_{-\infty}^X \int_{-\infty}^Y \phi_2(x, y, \rho) \, dy \, dx \\ &= \Phi(X) \Phi(Y) + \int_0^\rho \phi_2(X, Y, r) \, dr \end{aligned} \quad (4.52)$$

onde  $\phi_n(\cdot)$  é a PDF da distribuição normal padrão  $n$ -variada. A integral que compõe a Eq. (4.52), bem como a CDF normal padrão  $n$ -dimensional ( $n > 2$ ), não possui solução analítica, devendo ser avaliada numericamente. A equação permite, no entanto, que se avalie a probabilidade de falha de sistemas complexos, como uma coluna de revestimentos de poços.

Já para sistemas em paralelo, a probabilidade de falha corresponde à interseção dos domínios de falha. Portanto, pode ser expressa por

$$\begin{aligned} p_{f,p} &= P \left[ \bigcap_{i=1}^M \left( G_i(\underline{U}) < 0 \right) \right] \\ &= P_{i,j,k,\dots} \end{aligned} \quad (4.53)$$

onde  $M$  é o número de componentes,  $G_i$  é a função de falha correspondente ao  $i$ -ésimo componente e  $P_{i,j,k\dots}$  é a probabilidade de falha simultânea de todos os componentes, definida conforme a Eq. (4.47). De forma análoga à Eq. (4.49), a probabilidade de falha da Eq. (4.53), referente a um sistema em paralelo, é equivalente à CDF normal padrão  $n$ -dimensional:

$$p_{f,p} = P_{i,j,k\dots} = \Phi_n(-\beta_i, -\beta_j, \dots, -\beta_k, \mathbf{P}) \quad (4.54)$$

$$= \int_{-\infty}^{-\beta_i} \int_{-\infty}^{-\beta_j} \dots \int_{-\infty}^{-\beta_k} \phi_n(x, y, \dots, z, \mathbf{P}) dz \dots dy dx \quad (4.55)$$

onde  $\mathbf{P}$  é a matriz de correlação, representada por

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} & \rho_{1,4} & \dots \\ & 1 & \rho_{2,3} & \rho_{2,4} & \dots \\ & & 1 & \rho_{3,4} & \dots \\ & & & 1 & \dots \\ \text{sim.} & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

e  $\rho_{i,j}$  é definido na Eq. (4.50).

O cálculo da probabilidade de falha para um sistema em série utilizando a Simulação Monte Carlo é muito similar ao procedimento usado para apenas uma função de falha  $G(\underline{U})$ . Neste caso, identifica-se uma falha na simulação correspondente quando pelo menos uma das funções de falha for negativa; caso contrário, a simulação corresponde a um sucesso. O mesmo vale para sistemas em paralelo; o cálculo da probabilidade de falha é bastante similar ao cálculo para apenas uma função de falha. Neste caso, identifica-se uma falha na simulação quando todas as funções de falha são negativas; caso contrário, a simulação corresponde a um sucesso.

## 4.6 Confiabilidade de um Contínuo

A existência de múltiplas funções de falha em um mesmo problema pode ser consequência de vários aspectos do mesmo. Na Seção 4.5, múltiplas funções de falha foram necessárias para descrever vários modos de falha possíveis. Outro aspecto que demanda a utilização de mais de uma função de falha é a configuração espacial do sistema físico. Por exemplo, cada seção infinitesimal  $i$  de uma coluna de revestimentos apresenta uma função de falha  $G_i(\underline{U})$  distinta. Neste caso, em uma solução geral, a probabilidade de falha pode

ser calculada para cada seção infinitesimal isoladamente, e então para todo o sistema, levando em consideração o conjunto de seções que o compõe.

Em uma coluna de revestimentos, a falha de uma seção infinitesimal implica na falha do sistema; conforme definido na Seção 4.5, sistemas como esse são denominados em série. Em outras palavras, para que o sistema se mantenha íntegro, é necessário que todas as seções infinitesimais se mantenham íntegras. A probabilidade de falha de tal sistema, descrita pela Eq. (4.45), pode ser reescrita como

$$p_{f,s} = 1 - P\left(\bigcap_{n=1}^N S_n\right) \quad (4.57)$$

onde  $S_n$  representa o evento no qual a seção infinitesimal  $n$  se mantém íntegra e  $S = \bigcap_{n=1}^N S_n$  representa o evento no qual todas as seções infinitesimais se mantêm íntegras.

Em termos genéricos, segundo a regra de multiplicação de probabilidades, a probabilidade da interseção de dois eventos  $A$  e  $B$  é tal que

$$P(A \cap B) = P(A|B) P(B) \quad (4.58)$$

Se  $A$  e  $B$  forem altamente dependentes entre si, a observação do evento  $B$  condiciona quase completamente a ocorrência do evento  $A$ , e vice-versa; em outras palavras, se  $B$  for observado,  $A$  será observado com aproximadamente 100% de probabilidade, ou

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= \cancel{P(A|B)} \overset{1}{P}(B) \\ &\approx P(B) \end{aligned} \quad (4.59)$$

Generalizando a Eq. (4.58) para  $N$  eventos  $A_{1..N}$ ,

$$\begin{aligned} P(A_{1..N}) &= P\left(\bigcap_{n=1}^N A_n\right) \\ &= P\left(A_1 \middle| \bigcap_{n=2}^N A_n\right) P\left(A_2 \middle| \bigcap_{n=3}^N A_n\right) \dots P(A_N) \end{aligned} \quad (4.60)$$

Aplicando o conceito descrito pela Eq. (4.60) na (4.57), um sistema em série com  $N$  componentes apresentará probabilidade de falha  $p_{f,s}$



$$\begin{aligned}
p_{f,s} &= 1 - P\left(S_1 \middle| \bigcap_{n=2}^N S_n\right) P\left(S_2 \middle| \bigcap_{n=3}^S S_n\right) \dots P(S_N) \\
&= 1 - P(S_N) \prod_{n=1}^{N-1} P\left(S_n \middle| \bigcap_{i=n+1}^N S_i\right)
\end{aligned} \tag{4.61}$$

onde assume-se, sem perda de generalidade, que

$$P(S_1) > P(S_2) > \dots > P(S_N)$$

A Eq. (4.61) pode ser simplificada caso os modelos de probabilidade apresentem alta correlação entre si. Nesse caso, conforme a Eq. (4.59),

$$P\left(S_n \middle| \bigcap_{i=n+1}^N S_i\right) \approx 1 \tag{4.62}$$

Assim, a Eq. (4.61) se torna

$$\begin{aligned}
p_{f,s} &= 1 - P\left(S_1 \middle| \bigcap_{n=2}^N S_n\right) P\left(S_2 \middle| \bigcap_{n=3}^S S_n\right) \dots P(S_N) \\
&\approx 1 - P(S_N) \\
&\approx p_{f,N}
\end{aligned} \tag{4.63}$$

Assim, conclui-se que, em um sistema em série onde os modelos de falha dos componentes são altamente correlacionados entre si, a probabilidade de falha do sistema se reduz à maior das probabilidades de falha individuais dos componentes. No caso das juntas tubulares, esta é uma hipótese razoável pois cada coluna de revestimentos é fornecida por um fabricante, muitas vezes com juntas de um mesmo lote de fabricação.

## 4.7 Metodologia para Cálculo da Confiabilidade Estrutural de uma Coluna de Revestimentos

O que foi exposto no Capítulo 3 e neste Capítulo permite traçar uma estratégia abrangente para calcular a probabilidade de falha de uma coluna de revestimento com resistência aleatória e submetida a carregamentos igualmente aleatórios.

### 4.7.1 Determinação do Ponto Crítico

Primeiramente, a coluna de revestimentos é dimensionada de forma determinística para um caso de carregamento  $C_i$  selecionado. O dimensionamento determinístico envolve o cálculo do fator de segurança conforme a equação

$$FS_C = \frac{R_{C_i}}{S_{C_i}} \quad (4.64)$$

onde  $S_{C_i}$  representa a magnitude da solicitação caso o caso de carregamento  $C_i$  se materialize e  $R_{C_i}$  representa a resistência da junta a essa solicitação. O modelo utilizado para  $R_{C_i}$  deve ser o mesmo utilizado em projetos determinísticos baseados na abordagem *WSD*, a fim de manter aderência entre esta etapa do dimensionamento probabilístico da coluna de revestimentos e o dimensionamento segundo a abordagem *WSD*. As variáveis aleatórias envolvidas no cálculo de  $R_{C_i}$  e  $S_{C_i}$  (e.g. diâmetro externo, espessura de parede, peso específico do fluido invasor, entre outros) são substituídas por seus valores nominais, que em geral buscam capturar os extremos de suas distribuições de probabilidade a fim de conferir mais segurança ao projeto. Seleciona-se então o ponto crítico da coluna, que é o ponto com fator de segurança mais baixo.

Conforme exposto na Seção 4.6, é razoável supor que a probabilidade de falha de uma coluna de revestimentos à solicitação associada a um caso de carregamento  $C_i$  é aproximadamente igual à probabilidade de falha do ponto mais fraco, uma vez que a coluna pode ser adequadamente representada por um sistema em série. Dessa forma, todo o dimensionamento probabilístico da coluna de revestimentos será baseado no ponto com fator de segurança mais baixo. Esse método é adotado por outros *softwares* de cálculo de probabilidade de falha utilizados na indústria, como o Sistema de Confiabilidade de Revestimentos (SCORE), descrito na Seção 5.6.

Caso a coluna de revestimentos seja composta de mais de um tipo de junta (juntas com especificações diferentes e portanto características estatísticas diferentes, ou mesmo juntas de mesma especificação porém de fabricantes diferentes), a hipótese de alta correlação entre elas é invalidada. Nesse caso, a análise descrita é realizada para cada trecho da coluna com características estatísticas semelhantes, resultando em  $J$  probabilidades de falha  $p_{f,j}$  para cada um dos  $j$  trechos. Ao final, a coluna de revestimentos pode ser reduzida a um sistema em série com  $J$  componentes independentes entre si cujas probabilidades de falha são  $p_{f,j}$ . A probabilidade de um componente  $j$  não falhar é

$$p_{s,j} = 1 - p_{f,j} \quad (4.65)$$

A probabilidade de nenhum dos  $J$  componentes falhar é

$$p_s = \prod_{j=1}^J (1 - p_{f,j}) \quad (4.66)$$

Logo, a probabilidade de qualquer um dos  $J$  componentes falhar, resultando na falha da coluna de revestimentos, é

$$p_f = 1 - \prod_{j=1}^J (1 - p_{f,j}) \quad (4.67)$$

#### 4.7.2 Seleção dos Modelos de Falha

Após a determinação do ponto crítico, é feita a seleção dos modelos que representarão os modos de falha que regem o cálculo da probabilidade de falha. Os modelos de resistência codificados pela superfície de falha devem representar fielmente o ponto onde as juntas tubulares falham mecanicamente ou perdem estanqueidade. Por exemplo, um dos modelos prescritos pelo relatório ISO TR 10400 (2007) para o dimensionamento à pressão interna é o modelo de resistência de *Klever-Stewart*, que busca sintetizar vários fenômenos que resultam na falha da junta tubular. Em contraste, os modelos de resistência utilizados na abordagem *WSD* são baseados no regime elástico do material, uma vez que devem ser mais conservadores, conforme exposto no Capítulo 3. Dessa forma, esses modelos assumem de forma implícita e conservadora que a capacidade portante do material se extingue quando o limite de escoamento é atingido.

Conforme exposto na Seção 4.5, é possível que o sistema em análise seja regido por mais de um mecanismo de falha simultaneamente. Nesse caso, é necessário determinar se os mecanismos de falha estão dispostos em série ou em paralelo, conforme definido na Seção 4.5.

#### 4.7.3 Seleção das Variáveis Aleatórias

Além de selecionar os modelos de falha que representarão o fenômeno físico, é necessário também escolher quais das variáveis integrantes do modelo serão consideradas aleatórias e quais são adequadamente representadas por valores determinísticos. A experiência, associada a dados históricos, são os fatores mais preponderantes na escolha inicial das variáveis aleatórias. O modelo pode ainda ser refinado com base em análises de sensibilidade ou, caso o método de solução adotado seja o *FORM*, nos fatores de importância e de omissão.

#### 4.7.4 Seleção do Método de Cálculo da Probabilidade de Falha

Após a escolha do modelo de falha que melhor representa a coluna de revestimentos, bem como a disposição em série ou paralelo do sistema, procede-se à seleção do método de cálculo da probabilidade de falha. Alguns métodos, listados abaixo em ordem decrescente de abrangência de aplicação, estão disponíveis para o cálculo da confiabilidade estrutural, a saber

**Integração direta:** a probabilidade de falha de uma estrutura pode ser diretamente calculada através da Eq. (4.5). A integração direta fornece resultados exatos; no entanto, a integral da Eq. (4.5) frequentemente envolve inúmeras dimensões, dificultando sobremaneira sua solução;

**Simulação Monte Carlo:** a integração da Eq. (4.5) pode ser executada numericamente. Neste caso, os resultados obtidos deixam de ser exatos, mas sua precisão é arbitrariamente limitada. Um dos métodos de integração numérica é a Simulação Monte Carlo, conforme descrito na Seção 4.4.1. A Simulação Monte Carlo consegue lidar com distribuições  $n$ -dimensionais arbitrárias, mas tem um custo computacional alto;

**FORM:** o *FORM* transforma o cálculo da confiabilidade estrutural em um problema de otimização, buscando o ponto de projeto  $\underline{U}^*$  que maximize a distribuição conjunta  $f_U(\underline{U})$  restrito à superfície de falha. Dessa forma, consegue solucionar a integral da Eq. (4.5) de forma aproximada em um número de iterações menor, quando comparado à Simulação Monte Carlo. No entanto, devido à linearização da função de falha, tem precisão pior; e

**Índice de confiabilidade:** caso as condições detalhadas na Seção 4.4.2 sejam atendidas, a probabilidade de falha pode ser calculada através do índice de confiabilidade  $\beta$ , conforme exposto na Seção 4.4.2. A precisão do cálculo da probabilidade de falha através do método do índice de probabilidade é limitada à precisão do cálculo da CDF de uma distribuição normal padrão.

#### 4.7.5 Cálculo da Probabilidade de Falha

Por fim, após a escolha do método de cálculo da confiabilidade estrutural do sistema, procede-se ao cálculo da probabilidade de falha condicionada ao caso de carregamento  $C_i$  selecionado, conforme descrito na Seção 4.4. Caso o *FORM* seja o método de cálculo eleito, o índice de confiabilidade  $\beta_i$  associado a cada função de falha  $G_i$  é calculado segundo o algoritmo descrito na Seção 4.4.3.3. Os vetores diretores  $\hat{\alpha}_i$  das superfícies de falha em seus respectivos pontos de projeto são então utilizados para calcular a correlação entre as mesmas

conforme a Eq. (4.50). Por fim, a probabilidade de falha do sistema é calculada através da Eq. (4.54).

A solicitação atuante sobre a junta tubular é aproximadamente independente de sua resistência. Logo, é possível separar sua probabilidade de falha em dois fatores, a saber

$$\begin{aligned} p_{f,i} &= P(F|C_i) \\ &= \sum_j P(F|C_i, S_j) \cdot P(S_j) \end{aligned} \quad (4.68)$$

onde  $S_j$  representa um valor específico para a solicitação aplicada dentro do contexto do caso de carregamento  $C_i$ . Por exemplo, dentro do contexto do caso de carregamento de influxo de fluidos para o interior do poço, assume-se uma distribuição de probabilidades  $P(S_j)$  para a solicitação de pressão interna, e  $S_j$  representa um valor de pressão interna específico aplicado à junta tubular. Uma vez que a variável  $S_j$  é contínua, o somatório da Eq. (4.68) é substituído por uma integral:

$$p_{f,i} = \int_{-\infty}^{+\infty} P(F|C_i, S = s) \cdot f_S(S = s|C_i) \, ds \quad (4.69)$$

onde  $f_S(S = s|C_i)$  representa a PDF da solicitação aplicada à junta tubular, dado um caso de carregamento  $C_i$ . O fator  $P(F|C_i, S = s)$  equivale à probabilidade de falha condicionada a um caso de carregamento  $C_i$  e a uma solicitação com valor específico  $S = s$ . Por ser associado a um valor de solicitação específico, este fator é chamado de probabilidade de falha com solicitação determinística,  $p_{f,i,det}(S = s)$ . Dessa forma, a probabilidade de falha total da Eq. (4.2) pode ser reescrita de forma mais didática como

$$\begin{aligned} p_{f,t} &= \sum_i P(F|C_i) \cdot P(C_i) \\ &= \sum_i P(C_i) \cdot p_f \\ &= \sum_i \left( P(C_i) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} p_{f,i,det}(S = s) \cdot f_S(S = s|C_i) \, ds \right) \end{aligned} \quad (4.70)$$

e a probabilidade de falha  $p_{f,i}$  condicionada apenas ao caso de carregamento  $C_i$  é dada por

$$p_{f,i} = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{f,i,det}(S = s) \cdot f_S(S = s|C_i) \, ds \quad (4.71)$$

Observa-se que há uma relação entre a probabilidade de falha condicionada ao caso de carregamento  $C_i$  e a probabilidade de falha com solicitação determinística, ou seja,

condicionada ao caso de carregamento  $C_i$  e a uma solicitação  $S$  específica. É possível selecionar o valor para a solicitação  $S = S_{rep}$  de forma que a probabilidade de falha com solicitação determinística represente um teto sobre a probabilidade de falha  $p_{f,i}$ . No entanto, neste trabalho não foi feita esta seleção; a prática da indústria foi adotada quando necessário.

É possível também explicitar o efeito da dispersão da resistência na probabilidade de falha total, tal qual foi feito acima para a solicitação. No entanto, a quantificação da incerteza das variáveis que afetam a resistência já é feita com regularidade na indústria, de forma que não se faz necessário detalhar essa etapa.

Sem perda de generalidade, este trabalho limitou-se a calcular a probabilidade de falha condicionada ao caso de carregamento  $C_i$ , descrita na Eq. (4.69). Para calcular a probabilidade de falha total, descrita na Eq. (4.70), é necessário também calcular também a probabilidade de ocorrência de  $C_i$ , o que não foi investigado neste trabalho.

#### 4.7.6 Determinação do TRL

Até este ponto, foi detalhado o processo para cálculo da confiabilidade estrutural de uma coluna de revestimentos. Para que o dimensionamento dessa coluna possa ser feito, é necessário ainda que se determine uma probabilidade de falha alvo, o *target reliability level* (*TRL*). O *TRL* representa o nível de risco aceito no âmbito corporativo. Há na literatura inúmeras tentativas de se determinar um *TRL* "padrão", conforme exposto na Seção 2.2. No entanto, a *TRL* é uma função de dois fatores particulares a cada aplicação:

- **o impacto causado por cada caso de carregamento, caso um falha ocorra.** O *TRL* de um caso de carregamento que pode acarretar perda de vidas humanas (carregamentos de sobrevivência de pressão interna, as quais expõem o interior do poço ao ambiente externo) deve ser mais rígido que o de um caso de carregamento que pode, no máximo, acarretar perdas materiais; e
- **a aversão ao risco do tomador de decisão.** Além de ser uma característica individual a cada tomador de decisão, sua aversão ao risco não é uma característica estática, podendo variar com inúmeros fatores, como por exemplo seu histórico de sucesso (uma sequência recente de falhas pode levar o tomador de decisão a ser mais avesso ao risco).

#### 4.7.7 Dimensionamento

Determinado um *TRL*  $p_{f,TRL}$  adequado, as dimensões da coluna de revestimento, por exemplo o diâmetro externo e a espessura de parede, representadas em um vetor  $\underline{D}$ ,

são variadas e para cada alteração executa-se o processo delineado na Seção 4.7 até que a probabilidade de falha calculada não exceda o  $TRL$ . Em outras palavras, busca-se encontrar o vetor  $\underline{D}$  que satisfaça

$$p_f(\underline{D}) \leq p_{f,TRL}$$

Na prática, há uma seleção limitada de juntas de revestimento com diferentes combinações de diâmetro externo, espessura de parede, tensão de escoamento e ruptura, etc. Nesse caso, é executado o cálculo da confiabilidade de cada uma das juntas disponíveis, selecionando uma dentre aquelas cujas probabilidades de falha não excedam o  $TRL$  aceito.

Uma vez que não há um consenso estabelecido na indústria a respeito dos  $TRL$ s aceitos e que eles são altamente subjetivos e dependem de fatores muitas vezes imprevisíveis, a seleção de juntas de revestimento foge ao escopo deste trabalho, o qual foca-se apenas no cálculo da confiabilidade das mesmas.

## 5 Aplicação da Teoria da Confiabilidade ao Dimensionamento de Revestimentos

Os Capítulos 3 e 4 detalharam o arcabouço teórico necessário à atividade de calcular a confiabilidade de revestimentos de poços de petróleo, com o objetivo de posteriormente garantir que sua probabilidade de falha seja menor que uma probabilidade de falha pré-determinada. O objetivo deste Capítulo será, então, aplicar os conceitos apresentados e a metodologia desenvolvida neste trabalho na Seção 4.7 para calcular a probabilidade de falha do revestimento de um poço para um carregamento aleatório de pressão interna. Dessa forma, a efetividade da metodologia desenvolvida é demonstrada de forma mais concreta.

### 5.1 Descrição do Caso

A análise de confiabilidade de um poço fictício, 1-LMN-1-RJS, será descrita a seguir. O poço 1-LMN-1-RJS está localizado em uma região onde a lâmina d'água é de 2100 m. O objetivo do poço é extrair gás natural de um reservatório localizado a 2900 m do fundo marinho. A coluna intermediária de revestimentos exposta aos carregamentos do poço está descrita na Tabela 4. A coluna estará submetida a este carregamento porque a formação que contém hidrocarbonetos será perfurada na fase seguinte.

Tabela 4 – Coluna de revestimentos

<b>Diâmetro externo nominal</b>	10 3/4"
<b>Peso linear nominal</b>	65,7 lbf/ft
<b>Grau do aço</b>	SCr13 / 110
<b>Comprimento da coluna de revestimentos</b>	2460 m
<b>Comprimento da coluna anterior</b>	900 m

O poço está esquematizado na Figura 25.

Especificamente, o revestimento será avaliado para o carregamento de preenchimento do poço com fluido do reservatório. Conforme exposto na Seção 3.2.1, esse carregamento ocorre quando grande volume de fluido do reservatório invade o poço, e o mesmo é posteriormente fechado através do *blowout preventer* (BOP) ou de *capping*. Após o fechamento do poço, o mesmo fica exposto ao carregamento de pressão interna causado pelo preenchimento do revestimento por fluido do reservatório. Tanto esse carregamento



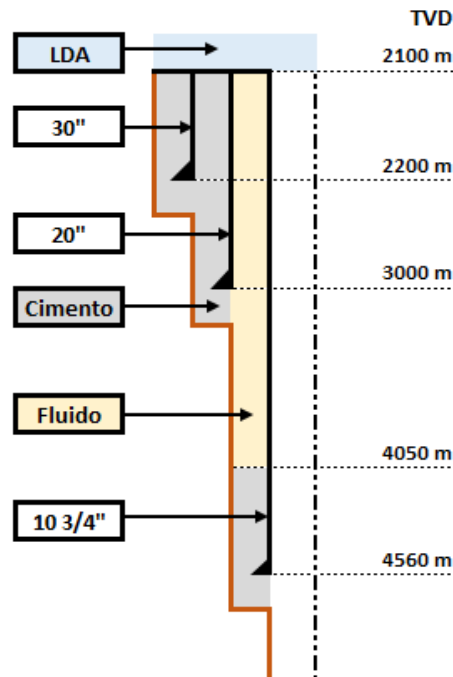


Figura 25 – Esquematização do poço 1-LMN-1-RJS

quanto a resistência a ele serão considerados aleatórios. A aleatoriedade do carregamento e da resistência será melhor detalhada nas seções a seguir.

O procedimento de cálculo adotado é aquele descrito na Seção 4.7 e detalhado a seguir. O *software* utilizado para executá-lo é o ConfiaRev, desenvolvido pelo autor deste trabalho na linguagem Python (versão 3.4.1), onde a probabilidade de falha é calculada pelo *FORM* e através de Simulação Monte Carlo.

## 5.2 Determinação do Ponto Crítico

Conforme exposto nas Seções 4.6 e 4.7.1, a coluna de revestimentos pode ser modelada como um sistema em série cujos componentes, correspondentes a cada seção infinitesimal da coluna, são correlacionados. Dessa forma, a probabilidade de falha  $p_{f,s}$  do sistema corresponde, aproximadamente, à probabilidade de falha do componente mais frágil. Assim, o primeiro passo na aplicação da análise de confiabilidade das juntas de revestimentos é descobrir o ponto crítico da coluna, que corresponde ao trecho mais solicitado da mesma.

Para tal, uma análise determinística do sistema é realizada, a fim de determinar o ponto onde o fator de segurança é mínimo. A Tabela 1, adotada normativamente na Petróleo Brasileiro S.A., foi escolhida para orientar o dimensionamento neste trabalho. A Tabela 1 determina a escolha do nível A de dimensionamento em um primeiro momento, passando aos níveis superiores somente se o dimensionamento no nível A não for satisfatório. Por esse

motivo, o modelo de resistência selecionado para o cálculo determinístico foi o modelo de *Barlow*. O processo está resumido na Figura 26.

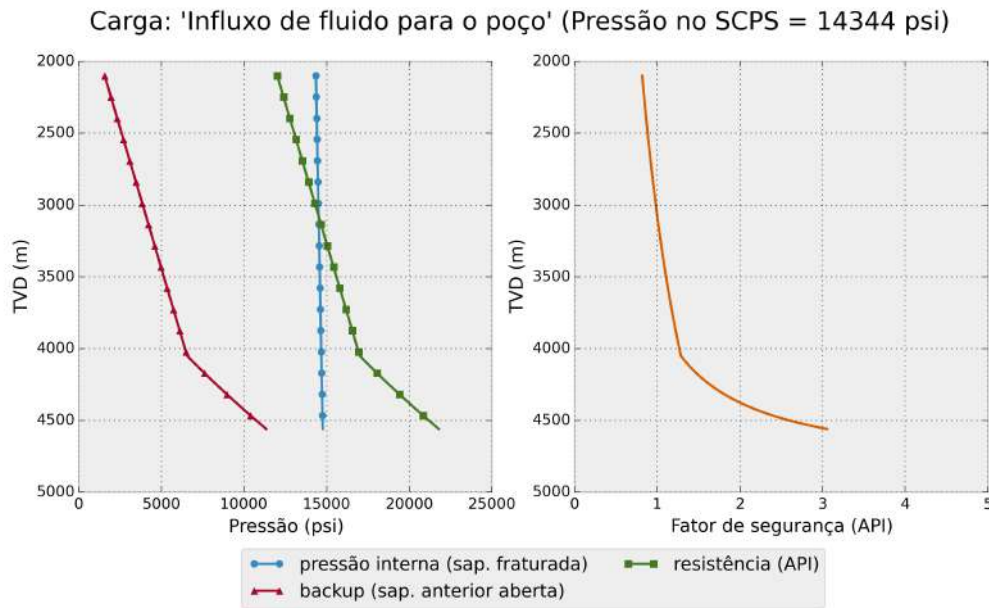


Figura 26 – Perfil de carregamentos ao longo do revestimento.

Na Figura 26, as curvas representam o dimensionamento determinístico largamente utilizado dentro das companhias. A curva denominada resistência API representa o modelo de resistência à pressão interna de *Barlow*. A linha denominada *fator de segurança* plota o fator de segurança ao longo do comprimento do revestimento em relação ao modelo de *Barlow*. As resistências e o carregamento são plotados em função da profundidade vertical onde ocorrem, denominada *true vertical depth (TVD)*. Observa-se na Figura 26, portanto, que o ponto do revestimento localizado a uma profundidade  $D = 2100\text{ m}$ , topo da coluna, apresenta o menor fator de segurança ( $FS = 0,817$ ), correspondendo portanto ao ponto crítico.

### 5.3 Especificação da Função de Falha

Após a determinação do ponto crítico de dimensionamento a  $D_c = 2100\text{ m}$ , o próximo passo é especificar a função de falha  $G(\underline{U})$  que represente o modo de falha por excesso de pressão interna. Para tal, serão utilizadas as técnicas descritas na Capítulo 4, aplicando-se os modelos de resistência e carregamento das Seções 3.2.1 e 3.3.

A função de falha genérica é descrita pela Eq. (4.3) abaixo:

$$G(\underline{U}_d, \underline{U}) = R(\underline{U}_d, \underline{U}) - S(\underline{U}_d, \underline{U})$$

Tomando-se por base o exposto na Seção 3.2.1.1, o vetor  $\underline{U}$ , composto pelas variáveis aleatórias consideradas nesse trabalho para análise do caso de carregamento de influxo sobre o revestimento, representa as seguintes variáveis:

- profundidade do topo do cimento (TOC);
- densidade do fluido invasor ( $\rho_{zi}$ );
- gradiente de poros na profundidade do reservatório ( $\gamma_{poros,res}$ );
- gradiente de poros na profundidade do TOC ( $\gamma_{poros,TOC}$ );
- gradiente de fratura na profundidade da sapata do revestimento anterior ( $\gamma_{frat,sap}$ );
- tensão de ruptura do material do revestimento ( $f_u$ );
- diâmetro externo da junta tubular ( $D$ );
- espessura da parede do tubo ( $t$ );
- espessura mínima de parede do tubo ( $t_{min}$ ); e
- incerteza inerente ao modelo de *Klever-Stewart* ( $C_{iR}$ ).

Já o vetor  $\underline{U}_d$ , que contém as variáveis consideradas determinísticas na análise, é composto pelas seguintes variáveis:

- Profundidade de ocorrência de influxo. No modelo implementado, considera-se que o influxo irá sempre ocorrer no fim da fase, já que geralmente essa é a profundidade de maior pressão de poros, impondo o carregamento mais severo sobre o revestimento;
- densidade do fluido de perfuração das fases;
- densidade da água de mistura;
- profundidade das sapatas das colunas de revestimento.

### 5.3.1 Solicitação

A solicitação é simplesmente a pressão interna atuante no ponto de interesse:

$$S(\underline{U}_d, \underline{U}) = p_i(\underline{U}_d, \underline{U}) \quad (5.1)$$

Conforme descrito na Seção 3.2.1, a pressão interna é calculada assumindo que o poço está completamente preenchido pelo fluido invasor. Assim, o cálculo é feito através do

desconto da pressão hidrostática do fluido invasor da pressão atuante na sapata da coluna de revestimentos. Assume-se que o fluido invasor exerce uma gradiente de pressão de  $\gamma_{zi}$ . No ponto correspondente à profundidade vertical PV, a pressão interna é

$$p_i(PV) = p_i(PV_{sap}) - \gamma_{zi} (PV_{sap} - PV) \quad (5.2)$$

Assim, a pressão interna atuante no SCPS é calculada utilizando  $PV = 2100 \text{ m}$ . Em casos em que a pressão interna calculada no SCPS não ultrapasse  $P_{SCPS} \leq 10 \text{ ksi}$ , admite-se uma condição mais branda na qual o revestimento é preenchido com apenas 30% de fluido invasor em sua parte superior, restando 70% de fluido de perfuração em sua parte inferior. Sendo assim, o perfil de pressão interna se torna

$$p_i(PV) = \begin{cases} p_i(PV_{sap}) - \gamma_f (PV_{sap} - PV) & \forall PV \geq PV_t \\ p_i(PV_{sap}) - \gamma_f (PV_{sap} - PV_t) - \gamma_{zi} (PV_t - PV) & \end{cases} \quad (5.3)$$

onde  $PV_t$  é a profundidade correspondente a 30% do comprimento do revestimento e  $\gamma_f$  é a gradiente de pressão do fluido que ocupava previamente o interior do revestimento. A Eq. (5.3) pode ser expressa de forma mais compacta através da equação

$$p_i(PV) = p_i(PV_{sap}) - \{ \gamma_f [PV_{sap} - \max(PV_t, PV)] - \gamma_{zi} [\max(PV_t, PV) - PV] \} \quad (5.4)$$

Nominalmente, a pressão interna na sapata da coluna é a pressão do reservatório  $p_{res}$ , descontada da pressão hidrostática do fluido invasor  $\gamma_{zi}$ . No entanto, caso a formação tenha tido sua capacidade portante excedida em algum momento, ela estará fraturada e só poderá suportar carregamentos inferiores ao necessário para reabrir suas fraturas. Qualquer carregamento de magnitude superior à pressão de fraturada formação será aliviado através de tais fraturas. Dessa forma, a pressão interna na sapata da coluna é

$$p_i(PV_{sap}) = \min \begin{cases} \gamma_{frat} PV_{sap} \\ \gamma_{poros} PV_{res} - \gamma_{zi} (PV_{res} - PV_{sap}) \end{cases} \quad (5.5)$$

onde  $\gamma_{frat}$  é a gradiente de pressão do fluido hipotético que causa a abertura das fraturas da formação. Dessa forma, a função que representa a solicitação imposta às juntas de revestimento é representada pela união de duas funções. Caso a a pressão no SCPS supere  $P_{SCPS} \geq 10 \text{ ksi}$ ,

$$S(\underline{U}_d, \underline{U}) = \min \begin{cases} S_1(\underline{U}_d, \underline{U}) = \gamma_{frat} PV_{sap} - \gamma_{zi} (PV_{sap} - PV) & (5.6a) \\ S_2(\underline{U}_d, \underline{U}) = \gamma_{poros} PV_{res} - \gamma_{zi} (PV_{res} - PV) & (5.6b) \end{cases}$$

Caso contrário, as funções de solicitação são expressas por

$$S(\underline{U}_d, \underline{U}) = \min \begin{cases} S_1(\underline{U}_d, \underline{U}) = \gamma_{frat} PV_{sap} - \\ \quad - [\gamma_f (PV_{sap} - PV_t) - \gamma_{zi} (PV_t - PV)] & (5.7a) \\ S_2(\underline{U}_d, \underline{U}) = \gamma_{frat} PV_{sap} - \gamma_f (PV_{sap} - PV) & (5.7b) \\ S_3(\underline{U}_d, \underline{U}) = \gamma_{poros} PV_{res} \\ \quad - [\gamma_f (PV_{res} - PV_t) - \gamma_{zi} (PV_t - PV)] & (5.7c) \\ S_4(\underline{U}_d, \underline{U}) = \gamma_{poros} PV_{res} - \gamma_f (PV_{res} - PV) & (5.7d) \end{cases}$$

### 5.3.2 Resistência

A resistência de juntas tubulares à pressão interna é melhor descrita pelo modelo implícito de *Klever-Stewart*

$$R(\underline{U}_d, \underline{U}) = C_{iR} \cdot p_{iRa}(p_a, F_a, f_u, n, t, D) \quad (5.8)$$

onde as variáveis utilizadas são descritas na Seção 3.3. A variável  $C_{iR}$ , denominada incerteza de modelo, representa a incerteza inerente à redução da realidade física a um modelo matemático. Por esse motivo, seu efeito é aumentar a dispersão da resistência à pressão interna.

Conforme descrito na Seção 3.2.1, o perfil de pressão no anular  $p_a$  pode ser dividido em duas ou três regiões, a depender da posição do topo do cimento em relação à sapata anterior. Se o topo do cimento estiver acima da sapata anterior, criando uma câmara isolada entre as duas colunas de revestimento (a coluna em análise e a coluna descida anteriormente), o cimento e o CVU, o perfil de pressão no anular  $p_{a,sel}$  é dividido em três regiões, a saber

$$p_{a,sel}(PV) = \begin{cases} p_{a,sel}^1(PV) & \forall PV \leq TOC \leq PV_{sap,ant} & (5.9a) \\ p_{a,sel}^2(PV) & \forall TOC \leq PV \leq PV_{sap,ant} & (5.9b) \\ p_{a,sel}^3(PV) & \forall PV \geq PV_{sap,ant} & (5.9c) \end{cases}$$

onde

$$\begin{aligned}
p_{a,sel}^1(PV) &= P_{poros}(PV_{sap,ant}) - \gamma_{am} (TOC - PV_{sap,ant}) - \\
&\quad - \gamma_f (TOC - PV) \\
p_{a,sel}^2(PV) &= P_{poros}(PV_{sap,ant}) - \gamma_{am} (TOC - PV) \\
p_{a,sel}^3(PV) &= P_{poros}(PV)
\end{aligned}$$

e  $\gamma_f$  representa o gradiente de pressão do fluido utilizado na fase anterior,  $\gamma_{am}$  é o gradiente de pressão da água utilizada para misturar o cimento,  $PV_{sap,ant}$  é a profundidade vertical da sapata anterior e TOC é a profundidade vertical do topo do cimento.

Caso o topo do cimento esteja abaixo da sapata anterior, expondo a formação abaixo da sapata anterior à pressão anular  $p_{a,ab}$ , esta pode ser resumida em uma outra equação, a saber

$$p_{a,ab}(PV) = \begin{cases} p_{a,ab}^1(PV) & \forall PV < PV_{sap,ant} \\ p_{a,ab}^2(PV) & \forall PV \geq PV_{sap,ant} \end{cases} \quad (5.10a)$$

$$(5.10b)$$

onde

$$\begin{aligned}
p_{a,ab}^1(PV) &= P_{poros}(PV_{sap,ant}) - \gamma_f (PV_{sap,ant} - PV) \\
p_{a,ab}^2(PV) &= P_{poros}(PV)
\end{aligned}$$

As duas situações representadas pelas Eqs. (5.9) e (5.10) podem ser sintetizadas em uma única equação, dada por:

$$\begin{aligned}
p_a(PV) &= P_{poros}(\max(PV, PV_{sap,ant})) - \gamma_{am} \max[0, PV_{sap,ant} - \max(PV, TOC)] - \\
&\quad - \gamma_f \max(0, TOC - PV)
\end{aligned} \quad (5.11)$$

Além da pressão no anular, a força axial  $F_a$  atuante na junta também influencia sua resistência à pressão interna. Conforme demonstrado na Seção 3.2.3, a força axial é calculada em quatro componentes. A componente relativa ao efeito pistão é nula, pois a coluna de revestimentos é composta de apenas um tipo de junta, sem transição de diâmetros.

A componente da força axial devido ao peso próprio é calculada conforme descrito na Seção 3.2.3.1. Uma vez que o poço fictício é vertical e composto por apenas um tipo de junta, a equação que relaciona a profundidade vertical à força axial é simplificada para

$$F_{a,pp}(z) = \gamma \cdot (L + LDA - z) \\ = f_{flut} \cdot \gamma_{ar} \cdot (PV_{sap} - z) \quad (5.12)$$

$$(5.13)$$

onde  $\gamma_{ar}$  é o peso linear da junta seca,  $L$  é o comprimento da coluna de revestimentos e LDA é a lâmina d'água na locação do poço. O fator  $f_{flut}$  representa a redução do peso de uma junta por estar inserida em um fluido que exerce empuxo sobre a mesma.

A componente da força axial devido à variação de temperatura será considerada nula. A variação de temperatura positiva decorrente do influxo de fluidos do reservatório para dentro do poço resulta em forças axiais compressivas aplicadas à coluna de revestimentos. Forças compressivas têm efeito negativo sobre a resistência à pressão interna; em outras palavras, quanto menor (mais compressiva) é a força axial, *ceteris paribus*, menor é a resistência à pressão interna. Dessa forma, a exclusão do cálculo da força axial devido à variação de temperatura é, nesse caso, a favor da segurança.

Por fim, a componente da força axial devido ao efeito balão é calculada por meio da Eq. (3.32), que descreve a tendência a elongação causada pelo efeito balão, a saber

$$\Delta L_B(z) = \frac{2 \nu L}{E A} (\overline{\Delta p_a}(z) \cdot A_a - \overline{\Delta p_i}(z) \cdot A_i) \quad (5.14)$$

Assim, conforme descrito na Seção 3.2.3.2, a tendência a elongação total da coluna de revestimentos é

$$\Delta L_F = \cancel{\Delta L_T} + \cancel{\Delta L_P} + \Delta L_B \\ = \frac{2 \nu L}{E A} (\overline{\Delta p_a} \cdot A_a - \overline{\Delta p_i} \cdot A_i) \quad (5.15)$$

A força que restaura essa elongação é dada pela Eq. (3.10), a saber

$$\Delta L_F = \frac{F_{\Delta} L}{E A} \quad (5.16)$$

Igualando as Eqs. (5.15) e (5.16), obtém-se a expressão para a força axial advinda da variação de pressão atuante sobre o revestimento, a saber

$$F_{\Delta} = 2 \nu (\overline{\Delta p_a} \cdot A_a - \overline{\Delta p_i} \cdot A_i) \quad (5.17)$$

Uma vez que o modo de falha adotado é a explosão por excesso de pressão interna, a pressão externa não sofre variações significativas,

$$\Delta p_a(z) = 0 \forall z \quad \therefore \quad \overline{\Delta p_a} = 0 \quad (5.18)$$

O perfil de pressões internas, por outro lado, sofre alterações após ocorrido o influxo, conforme descrito na Seção 3.2.1. Inicialmente, no momento 0, a pressão interna é igual a pressão hidrostática do fluido de perfuração

$$p_i^0(\text{PV}) = \gamma_f \text{PV} \quad (5.19)$$

No momento  $I$ , após o influxo, a pressão interna passa a ser descrita pelas Eqs. (5.2) e (5.4), a depender da pressão no SCPS. Considerando que a trajetória do poço fictício é vertical e que a transmissão de pressão no anular e no interior da coluna é uniforme, a variação média de pressão interna pode ser expressa por

$$\overline{\Delta p_a} = \frac{p_i^I(\text{PV}_{SCPS}) - p_i^0(\text{PV}_{SCPS}) + p_i^I(\text{PV}_{sap}) - p_i^0(\text{PV}_{sap})}{2} \quad (5.20)$$

$$= \frac{p_i^I(\text{PV}_{SCPS}) + p_i^I(\text{PV}_{sap}) - \gamma_f (\text{PV}_{sap} + \text{PV}_{SCPS})}{2} \quad (5.21)$$

Dessa forma, a força  $F_\Delta$  devida à variação das condições de pressão pode ser expressa por

$$F_\Delta = \nu A_i [p_i^I(\text{PV}_{SCPS}) + p_i^I(\text{PV}_{sap}) - \gamma_f (\text{PV}_{sap} + \text{PV}_{SCPS})] \quad (5.22)$$

Assim, a força axial total que atua no revestimento é

$$F_a(z) = f_{flut} \cdot \gamma_{ar} \cdot (\text{PV}_{sap} - z) - \nu A_i [p_i^I(\text{PV}_{SCPS}) + p_i^I(\text{PV}_{sap}) - \gamma_f (\text{PV}_{sap} + \text{PV}_{SCPS})] \quad (5.23)$$

Diante do exposto, a parcela de resistência da função de falha pode ser expressa como

$$R(\underline{U}_d, \underline{U}) = \begin{cases} R_1(\underline{U}_d, \underline{U}) = C_{iR} \cdot p_{iRa} \left[ p_{a,ab}(\underline{U}_d, \underline{U}), F_a(\underline{U}_d, \underline{U}), f_u, n, t, D \right] & (5.24a) \\ R_2(\underline{U}_d, \underline{U}) = C_{iR} \cdot p_{iRa} \left[ p_{a,sel}(\underline{U}_d, \underline{U}), F_a(\underline{U}_d, \underline{U}), f_u, n, t, D \right] & (5.24b) \end{cases}$$

a depender de se o TOC está abaixo ou acima da profundidade da sapata da coluna de revestimentos anterior. Na Eq. (5.24),  $F_a(\underline{U}_d, \underline{U})$ ,  $p_{a,ab}(\underline{U}_d, \underline{U})$  e  $p_{a,sel}(\underline{U}_d, \underline{U})$  são calculados através das Eqs. (5.9), (5.10) e (5.23), respectivamente.



### 5.3.3 Caracterização das Variáveis

Algumas das características da junta tubular descrita na seção selecionada, correspondente a  $D_c = 2100$  m, são aleatórias. Conforme dados disponíveis no documento normativo ISO TR 10400 (2007), as distribuições de probabilidade que melhor descrevem tais variáveis estão descritas na Tabela 5.

Tabela 5 – Distribuições de probabilidade referentes às características da junta tubular.  
Fonte: ISO TR 10400 (2007)

#	Variável	Símbolo	Distrib.	Média	Desvio-Padrão	Unidade
1	<b>Diâmetro do tubo</b>	$D, D_e$	normal	10,8134	0,0196	pol
2	<b>Espessura de parede do tubo</b>	$t$	normal	0,5991	0,0155	pol
3	<b>Espessura mínima de parede</b>	$t_{min}$	normal	0,5789	0,0091	pol
4	<b>Tensão de ruptura de projeto</b>	$f_u$	normal	127995	6509	psi
5	<b>Incerteza de modelo KS</b>	$C_{iR}$	normal	1,05	0,02	-

Conforme exposto nas Capítulo 3 e Seção 5.3, o carregamento de preenchimento do poço com fluido do reservatório também é influenciado por variáveis com incertezas embutidas. Essas variáveis, bem como as distribuições utilizadas para descrevê-las, são descritas na Tabela 6.

Tabela 6 – Distribuições de probabilidade referentes ao carregamento de preenchimento do poço com fluido do reservatório.

#	Variável	Símbolo	Distrib.	Média	Desvio-Padrão	Unidade
6	<b>Peso do fluido invasor</b>	$\rho_{zi}$	lognormal	1	0,1	ppg
7	<b>Topo do cimento</b>	<b>TOC</b>	normal	4050	39,1	m

Nesta tabela, as distribuições de probabilidade para o peso do fluido invasor e para o topo do cimento são exemplos utilizados com a finalidade de aplicação da metodologia. No caso da distribuição lognormal, a média e o desvio-padrão estão na escala linear. O peso do

fluido invasor é representado em unidades de campo, libras por galão, e pode ser convertida para o gradiente de pressão  $\gamma_{zi}$  através da Eq. (3.2).

Além das variáveis descritas na Tabela 6, o gradiente de poros também é necessário para descrever o carregamento aleatório, uma vez que determina a pressão de poros segundo a Eq. (3.2). O gradiente de poros é estimado pelos geólogos através de modelos geoestatísticos e em geral pode ser representado por uma variável aleatória com distribuição normal. Para o poço em questão, o gradiente de poros é descrito pelo perfil da Figura 27.

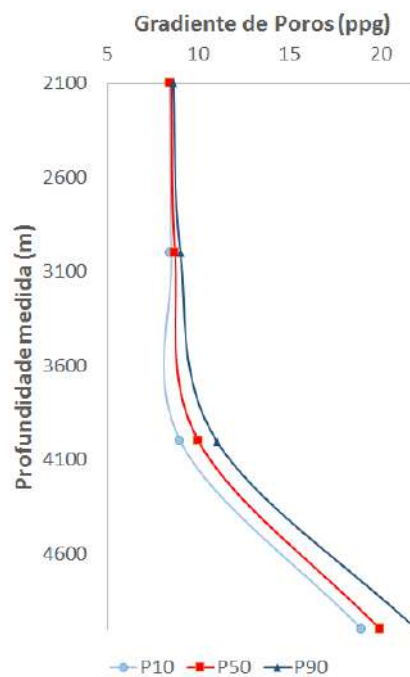


Figura 27 – Perfil probabilístico de gradiente de poros

De forma similar ao peso do fluido invasor e do topo do cimento, a distribuição utilizada para representar a pressão de poros é apenas um exemplo utilizado com a finalidade de aplicação da metodologia. Na Figura 27, a curva denominada P10 corresponde ao percentil 10 da distribuição do gradiente de poros em cada profundidade; as curvas P50 e P90 são análogas. Para o cálculo da função de falha, dois pontos da Figura 27 são importantes:

- o **gradiente de poros na profundidade do reservatório** permite o cálculo da pressão interna; e
- o **gradiente de poros no topo do cimento** permite o cálculo da pressão de *back-up*.

Dessa forma, o gradiente de poros em cada uma das profundidades acima se comporta como uma variável aleatória com parâmetros extraídos da Figura 27 e descritos na Tabela 7.

Tabela 7 – Distribuições de probabilidade referentes ao gradiente de poros

#	Profundidade Vertical	Distribuição	Média	Desvio-Padrão	Unidade
8	<b>Reservatório</b> 5000 <i>m</i>	normal	20,0	0,78	ppg
9	<b>TOC</b> 4050 <i>m</i>	normal	10,5	0,78	ppg

Além da pressão de poros, o **gradiente de fratura na sapata**, distribuído normalmente, também se faz necessário para o cálculo da pressão interna atuante no revestimento. A Tabela 8 descreve os parâmetros da distribuição na profundidade vertical necessária, respectivamente.

Tabela 8 – Distribuições de probabilidade referentes ao gradiente de fratura

#	Profundidade Vertical	Distribuição	Média	Desvio-Padrão	Unidade
10	<b>Sapata</b> 4560 <i>m</i>	normal	18,0	0,78	ppg

Conforme exposto na Seção 3.2.1, a especificação da parcela da solicitação da função de falha envolve o cálculo determinístico da pressão no SCPS, a fim de determinar qual é a fração do poço preenchida por fluido do reservatório. Para tal, as variáveis aleatórias são substituídas por suas médias. Assim, utiliza-se a curva P50 da pressão de poros (correspondente às medianas das distribuições de pressão de poros em cada profundidade, as quais são numericamente equivalentes às respectivas médias visto que se trata de uma distribuição simétrica). Utilizando o modelo descrito pela Eq. (5.2), conclui-se que  $P_{SCPS} = 14344 \text{ psi} \geq 10 \text{ ksi}$ . Dessa forma, conclui-se que a parcela da solicitação adotada para a função de falha é aquela da Eq. (5.6). Portanto, a força axial utilizada para calcular a parcela da resistência adotada para a função de falha, descrita de forma genérica pela Eq. (5.23), passa a ser expressa por

$$F_a(z) = 166,18 \cdot (4560 - z) - 0,3 A_i [2 p_i(PV_{sap}) - \gamma_{zi} (PV_{SCPS} + PV_{sap}) - \gamma_f (PV_{sap} + PV_{SCPS})] \quad (5.25)$$

### 5.3.4 Síntese

As componentes  $R(\underline{U}_d, \underline{U})$  (Eq. (5.24)) e  $S_{1,2}(\underline{U}_d, \underline{U})$  (Eq. (5.6)) das expressões para a resistência e a solicitação de juntas de revestimento, desenvolvidas nas Seções 5.3.1 e 5.3.2, serão combinadas entre si para compor a função de falha completa  $G(\underline{U}_d, \underline{U})$ , a saber:

$$G(\underline{U_d}, \underline{U}) = \begin{cases} G_1(\underline{U_d}, \underline{U}) = R_1(\underline{U_d}, \underline{U}) - S_1(\underline{U_d}, \underline{U}) & (5.26a) \\ G_2(\underline{U_d}, \underline{U}) = R_1(\underline{U_d}, \underline{U}) - S_2(\underline{U_d}, \underline{U}) & (5.26b) \\ G_3(\underline{U_d}, \underline{U}) = R_2(\underline{U_d}, \underline{U}) - S_1(\underline{U_d}, \underline{U}) & (5.26c) \\ G_4(\underline{U_d}, \underline{U}) = R_2(\underline{U_d}, \underline{U}) - S_2(\underline{U_d}, \underline{U}) & (5.26d) \end{cases}$$

onde as funções de falha  $G_n$  correspondem às situações descritas na Tabela 9.

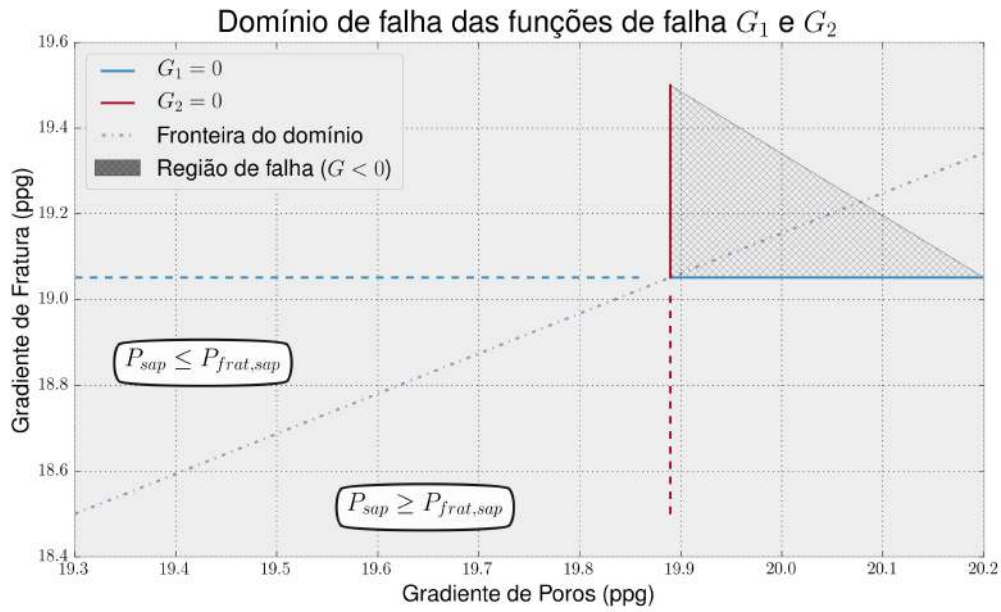
Tabela 9 – Funções de falha

Função de falha	Formação em frente à sapata	Cimento cobre a sapata anterior?
$G_1$	fraturada	não
$G_2$	íntegra	não
$G_3$	fraturada	sim
$G_4$	íntegra	sim

Estas funções de falha estão organizadas em um sistema que é matematicamente equivalente a um sistema em paralelo, conforme exemplificado pela Figura 24b. Isso ocorre pois as funções de falha não são válidas em todo o domínio das variáveis aleatórias; elas só têm significado físico se estiverem dentro de seus respectivos domínios. Por exemplo, a superfície de falha  $G_1$  só tem significado físico se a configuração das variáveis aleatórias for tal que a formação logo abaixo da sapata esteja fraturada e que o topo do cimento esteja mais abaixo da sapata anterior. Fora da configuração na qual estas condições são verdadeiras,  $G_1$  não tem sentido físico. O mesmo vale para as outras funções de falha.

Toma-se por exemplo as funções  $G_1$  e  $G_2$ . Como mencionado acima, a função de falha  $G_1$  está associada à fratura da formação em frente a sapata atual e ao topo do cimento abaixo da sapata anterior; sendo assim, ela só tem sentido físico quando as variáveis aleatórias apresentam configuração tal que a pressão em frente à sapata exceda a pressão de fratura, e que o TOC seja maior que a profundidade da sapata anterior. Já a função  $G_2$  está associada à integridade da formação em frente à sapata atual e ao topo do cimento abaixo da sapata anterior; assim, ela só tem sentido físico se as variáveis aleatórias forem tais que a pressão em frente à sapata não exceda a pressão de fratura, e que o TOC seja maior que a profundidade da sapata anterior. A Figura 28 resume o exemplo.

Na Figura 28, as funções de falha  $G_1$  e  $G_2$  estão representadas em um espaço formado pelo gradiente de poros e pelo gradiente de fratura. A fim de representar as funções de

Figura 28 – Domínio de falha  $F_{1,2}$ 

falha em um espaço bidimensional, as outras variáveis aleatórias foram fixadas em seus respectivos valores médios. Em especial, o valor médio do topo do cimento é maior que a profundidade da sapata anterior, como mostram as Tabelas 4 e 6. Caso outros valores tivessem sido assumidos para as outras variáveis aleatórias, a posição das funções de falha  $G_1$  e  $G_2$  seria diferente, mas sua orientação relativa se manteria.

O domínio de falha  $F_1: G_1 < 0$  da função  $G_1$  corresponde à área acima dela, enquanto que o domínio de falha  $F_2: G_2 < 0$  da função  $G_2$  corresponde à área a sua direita. A curva pontilhada representa a fronteira entre as regiões onde  $G_1$  ou  $G_2$  apresentam significado físico. Abaixo da linha pontilhada, a pressão em frente à sapata é maior que a capacidade portante da formação. Dessa forma, a mesma será fraturada, e a função  $G_1$  será aplicável. Acima da mesma linha, a função  $G_1$  não se aplica ao problema, portanto está representada de forma tracejada.

O contrário ocorre com a função  $G_2$ . Acima da linha pontilhada, a pressão em frente à sapata é menor que a capacidade portante da formação. Assim, a mesma se manterá íntegra, e a função  $G_2$  regerá o fenômeno físico. Abaixo da linha pontilhada, a função  $G_2$  está representada de forma tracejada pois não se aplica ao problema.

O domínio de falha conjunto  $F_{1,2}: (G_1 < 0) \cap (G_2 < 0)$  corresponde portanto à área hachurada da Figura 28. Observa-se que esta área corresponde a mesma área hachurada na Figura 24b, mesmo que o sistema formado pelas funções de falha  $G_1$  e  $G_2$  não esteja verdadeiramente disposto em paralelo. Na verdade, o problema é caracterizado por uma única função de falha  $G$ , descrita por partes  $G_{1...n}$  que se comportam de forma similar a um sistema em paralelo.

A fim de verificar se essa equivalência matemática é observada para as outras combinações de funções de falha, é necessário analisar o formato da função definida por partes  $G$ . Como exemplifica a Figura 28, para que o sistema seja matematicamente equivalente a um sistema em paralelo, o domínio de falha conjunto  $F_{i,j}: (G_i < 0) \cap (G_j < 0)$  deve consistir da interseção entre os domínios de falhas individuais. Isso ocorre quando a função  $G$  é convexa. Em geral, a convexidade de funções é determinada pela sua derivada de segunda ordem. No entanto, para funções definidas por partes, esse raciocínio não necessariamente se aplica, pois as regiões onde ocorrem a transição entre duas partes não são necessariamente diferenciáveis. Bauschke et al. (2014) descrevem um método que permite determinar se uma função definida por partes é convexa baseada em algumas de suas características.

No entanto, a determinação da convexidade de funções definidas por partes foge ao escopo deste trabalho, que se limitará a verificar numericamente a validade da hipótese de convexidade do domínio de falha conjunto  $F: \bigcap_{i=1}^4 (G_i < 0)$ . Essa verificação se dará através da comparação entre os resultados obtidos através do *FORM* e da Simulação Monte Carlo. O cálculo da probabilidade de falha através da Simulação Monte Carlo, ao contrário do *FORM*, não depende da convexidade do domínio de falha, pois a função de falha  $G$  definida por partes é avaliada diretamente em cada iteração. Assim, a aderência dos resultados obtidos através da Simulação Monte Carlo e do *FORM* sugerirá, ainda que precise ser checada caso a caso, que o domínio de falha é, de fato, convexo.

## 5.4 Cálculo da Probabilidade de Falha (*FORM*)

Após a determinação da função de falha, procede-se ao passo a passo detalhado na Seção 4.4.3 para cada uma das funções de falha  $G_i$ , para então combiná-las e calcular a probabilidade de falha do sistema.

### 5.4.1 Correlações entre as Variáveis de Entrada

Primeiramente, as correlações entre as variáveis de entrada devem ser especificadas, uma vez que não se dispõe da PDF conjunta  $f_U(\mathbf{U})$ , apenas das PDF marginais. A determinação da magnitude da matriz de correlação  $\mathbf{P}$  depende de dados de boa qualidade, os quais nem sempre estão disponíveis. Além disso, o relatório técnico ISO TR 10400 (2007), em seu apêndice F.3.3, demonstra de forma gráfica que é conservador assumir que as variáveis de entrada não são correlacionadas entre si. Por esses motivos, neste trabalho as variáveis aleatórias serão consideradas estatisticamente independentes. Logo, a Eq. (4.39) fornece a matriz dos coeficientes de correlação equivalentes, a saber

$$\begin{aligned}
\rho^E &= F\left(\rho, \frac{\mu}{\sigma}\right) \cdot \rho \\
&\approx 1 \cdot \mathbf{I}_{10} \\
&\approx \mathbf{I}_{10}
\end{aligned} \tag{5.27}$$

onde  $\mathbf{I}_{10}$  é a matriz identidade de ordem  $N = 10$ , correspondente ao número de variáveis aleatórias do problema.

Com base nas correlações da Eq. (5.27), a matriz  $\mathbf{\Gamma}$  pode ser calculada a partir da inversão da matriz  $\mathbf{L}$  de Cholesky, a qual é representada pelo sistema (4.42). Dessa forma,

$$\mathbf{\Gamma} \approx \mathbf{I}_{10} \tag{5.28}$$

#### 5.4.2 Seleção do Ponto de Partida

Após a determinação da matriz  $\mathbf{\Gamma}$ , é necessário escolher um ponto inicial  $\underline{U}^{K=0}$  para iniciar a busca ao ponto de projeto através do *FORM*. Em geral, o ponto correspondente à média das variáveis aleatórias,  $\underline{U}^{K=0} = \underline{\mu}$ , é adequado, pois frequentemente as médias estão próximas das modas, e portanto estão localizadas em uma região de alta probabilidade, a partir da qual a varredura do domínio da função de falha é numericamente facilitada.

Dessa forma, o vetor inicial é dado por

$$\underline{U}^{K=0} = \begin{bmatrix} f_u & = & 127995 \\ D & = & 10,813425 \\ t & = & 0,5871233 \\ t_{min} & = & 0,5673563 \\ C_{iR} & = & 1,05 \\ \rho_{poros,res} & = & 20,0 \\ \rho_{frat,sap} & = & 18,0 \\ \rho_{zi} & = & 1,0 \\ TOC & = & 4050 \\ \rho_{poros,TOC} & = & 10,5 \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

A nomenclatura das variáveis segue a utilizada na Seção 5.3.

### 5.4.3 Busca do Ponto de Projeto

Conforme detalhado na Seção 4.4.3, o método envolve o cálculo de  $n$  iterações segundo o algoritmo descrito na Seção 4.4.3.3. O cálculo iterativo é interrompido quando a magnitude do vetor  $\underline{V}^{K+1}$  não seja significativamente diferente de  $\underline{V}^K$ . As situações às quais correspondem cada função de falha estão descritas na Tabela 9. A precisão adotada para o vetor  $\underline{V}$  a fim de computar o critério de parada foi de 9 algarismos significativos. As iterações do *FORM* estão resumidas na Tabela 10.

Tabela 10 – Iterações do *FORM*

Função de falha	Número de iterações para convergência	$\beta$	Probabilidade de Falha Condicional
$G_1$	5	2,445280	0,724%
$G_2$	3	-0.251389	59,924%
$G_3$	4	0,806219	21,006%
$G_4$	5	-1,944165	97,406%

Os pontos de projeto  $\underline{U}_n^*$  das funções de falha  $G_n$  são

$$\begin{bmatrix}
 & \underline{U}_1^* & \underline{U}_2^* & \underline{U}_3^* & \underline{U}_4^* \\
 f_u & : & 118351 & 128959 & 124644 & 135826 \\
 D & : & 10,814 & 10,813 & 10,814 & 10,812 \\
 t & : & 0,587 & 0,587 & 0,587 & 0,587 \\
 t_{min} & : & 0,563 & 0,568 & 0,566 & 0,572 \\
 C_{iR} & : & 1,039 & 1,051 & 1,046 & 1,060 \\
 \rho_{poros,res} & : & 20,000 & 19,886 & 20,000 & 19,085 \\
 \rho_{frat,sap} & : & 19,057 & 18,000 & 18,363 & 18,000 \\
 \rho_{zi} & : & 0,986 & 0,996 & 0,992 & 1,003 \\
 TOC & : & 4053 & 4050 & 4053 & 4043 \\
 \rho_{poros,TOC} & : & 9,577 & 10,591 & 10,265 & 11,038
 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Vale notar que a Figura 28, embora busque representar as funções de falha  $G_1$  e  $G_2$ , não necessariamente contém os pontos de projeto listados acima. Isso ocorre pois a Figura 28



consiste de uma projeção das superfícies de falha, que são funções de 10 variáveis aleatórias, em um espaço bidimensional. Para tal, as variáveis (com exceção do gradiente de poros e do gradiente de fratura) são fixadas em um valor específico, o qual pode não corresponder ao encontrado para o ponto de projeto. Por exemplo, as superfícies de falha foram projetadas sobre o ponto  $f_u = 127995\text{psi}$  (correspondente à sua média). No entanto, em nenhum dos pontos de projeto  $\mathcal{U}_{1...4}^*$  a dimensão correspondente à tensão de ruptura vale  $f_u = 127995\text{psi}$ , impossibilitando sua representação no espaço bidimensional da Figura 28.

Os vetores diretores  $\hat{\alpha}_n$  das funções de falha  $G_n$  em seus pontos de projeto  $\mathcal{U}_n^*$  são

$$\begin{bmatrix}
 & \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_4 \\
 f_u & : & 0,605917 & 0,589194 & 0,638578 & 0,618864 \\
 D & : & -0,022153 & -0,023306 & -0,024603 & -0,025807 \\
 t & : & -0,006385 & -0,005329 & -0,007347 & -0,006282 \\
 t_{min} & : & 0,204413 & 0,214015 & 0,225592 & 0,235078 \\
 C_{iR} & : & 0,217357 & 0,226833 & 0,239494 & 0,248699 \\
 \rho_{poros,res} & : & 0,0 & -0,582074 & 0,0 & -0,603036 \\
 \rho_{frat,sap} & : & -0,553816 & 0,0 & -0,577679 & 0,0 \\
 \rho_{zi} & : & 0,036471 & 0,041674 & 0,038215 & 0,043449 \\
 TOC & : & -0,032379 & -0,025174 & -0,093348 & -0,088666 \\
 \rho_{poros,TOC} & : & 0,483956 & 0,462431 & 0,373393 & 0,354665
 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

A correlação entre as funções de falha  $G_n$ , calculadas dois a dois conforme a Eq. (4.50), pode ser representada em uma matriz de correlação  $\mathbf{P}$ , a saber

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} &= \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} & \rho_{1,4} \\ & 1 & \rho_{2,3} & \rho_{2,4} \\ & \text{sim.} & 1 & \rho_{3,4} \\ & & & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & \hat{\alpha}_1 \cdot \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_1 \cdot \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_1 \cdot \hat{\alpha}_4 \\ & 1 & \hat{\alpha}_2 \cdot \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_2 \cdot \hat{\alpha}_4 \\ & \text{sim.} & 1 & \hat{\alpha}_3 \cdot \hat{\alpha}_4 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,691926 & 0,990625 & 0,669357 \\ & 1 & 0,671838 & 0,990938 \\ & \text{sim.} & 1 & 0,667213 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \tag{5.32}
\end{aligned}$$

#### 5.4.4 Cálculo da Probabilidade de Falha

Por fim, o passo final é calcular a probabilidade de falha. Conforme exposto na Seção 5.3.4, o sistema formado pelas funções de falha  $G_{1...4}$  se comporta como um sistema em paralelo; por esse motivo, a probabilidade de falha é calculada através da Eq. (4.54):

$$\begin{aligned}
p_f &= \Phi_4(-\beta_1, -\beta_2, -\beta_3, -\beta_4, \mathbf{P}) \\
&= 0,722\% \\
&= 10^{-2,142} \tag{5.33}
\end{aligned}$$

O valor para probabilidade de falha calculado pelo *FORM* será contextualizado e analisado na Seção 5.8.

A solução para a integral multidimensional da Eq. (4.54) foi obtida de forma numérica. As funções de cálculo da CDF da distribuição normal multivariada são disponibilizadas pelo pacote de funções `scipy.stats.mvn` (JONES et al., 2001).

## 5.4.5 Análise dos Resultados

### 5.4.5.1 Comparação com o cálculo determinístico

Até então, a Seção 5.4 procurou calcular a probabilidade de falha de uma estrutura sujeita a carregamentos variáveis. No entanto, atualmente a prática na indústria no que tange o dimensionamento de revestimento utilizando a metodologia *RBD* consiste em considerar somente a variabilidade da resistência das juntas tubulares; as variáveis que influenciam a solicitação são substituídas por valores determinísticos supostos representativos. Sendo assim, uma comparação entre as duas situações (carregamentos determinísticos e carregamentos probabilísticos) é útil para evidenciar o risco inerente à atual prática disseminada na indústria. Para tal, calcula-se a probabilidade de falha com solicitação determinística, ou seja, condicionada a um valor de solicitação específico, conforme exposto na Seção 4.7.5.

O *FORM* foi então executado com as mesmas premissas descritas ao longo do Capítulo 5, com exceção das variáveis aleatórias utilizadas. Apenas as variáveis contidas na Tabela 5 foram consideradas aleatórias; todas as outras variáveis de entrada do problema passam a ser determinísticas. As variáveis contidas nas Tabelas 6 a 8, que na simulação da Seção 5.4 foram consideradas aleatórias, passam a assumir valores tais que a solicitação seja extrema. Em outras palavras, no cálculo da pressão interna, utiliza-se o percentil 90 das variáveis, enquanto que no cálculo da pressão externa, utiliza-se o percentil 10.

Como consequência de utilizar valores determinísticos para as variáveis excluídas da Tabela 5, o *status* da formação abaixo da sapata (se fraturada ou íntegra) e a posição do TOC em relação à sapata anterior passam a ser variáveis determinísticas. De posse destas informações *a priori*, a Tabela 9 pode ser consultada para selecionar a função de falha mais adequada antes de executar a análise. Neste caso, a função de falha  $G_1$  foi utilizada pois o topo do cimento não cobre a sapata anterior mas a pressão atuante na formação em frente à sapata excede sua capacidade de resistência à fratura. Assim, o cálculo do índice de confiabilidade  $\beta$  foi feito com base nesta função de falha. Com esses parâmetros, a Eq. (4.19) fornece a probabilidade de falha determinística da estrutura:

$$\begin{aligned}
 p_{f,det}(S = S_{extr}) &= \Phi(-\beta_{det,1}) \\
 &= \Phi(-1,641951) \\
 &= 4,9\% \\
 p_{f,det} &= 10^{-1,308}
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

O valor para probabilidade de falha com solicitação determinística calculado pelo *FORM* será contextualizado e analisado na Seção 5.8.

#### 5.4.5.2 Fatores de Importância

Conforme exposto na Seção 4.4.3, os fatores de importância das variáveis aleatórias fornecem informações acerca de suas influências na probabilidade de falha. A Tabela 11 lista os fatores de importância para as duas situações estudadas (carregamentos determinísticos e probabilísticos).

Tabela 11 – Fatores de importância para cada simulação

Variável	Símb.	Carga Determ.	Carga Aleatória			
			$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
<b>Diâmetro Externo</b>	$D$	0,11%	0,05%	0,05%	0,06%	0,07%
<b>Espessura de parede do tubo</b>	$t$	0,009%	0,004%	0,003%	0,005%	0,004%
<b>Espessura mínima de parede</b>	$t_{min}$	9,15%	4,18%	4,58%	5,09%	5,53%
<b>Tensão de ruptura do projeto</b>	$f_u$	80,39%	36,71%	34,71%	40,78%	38,30%
<b>Incerteza de modelo KS</b>	$C_{iR}$	10,34%	4,72%	5,15%	5,74%	6,19%
<b>Peso do fluido invasor</b>	$\rho_{zi}$	—	0,13%	0,17%	0,15%	0,19%
<b>Topo do cimento</b>	TOC	—	0,10%	0,06%	0,87%	0,79%
<b>Gradiente de poros @ 4560 m</b>	$\rho_{poros,res}$	—	0%	33,88%	0%	36,37%
<b>Gradiente de poros @ 4050 m</b>	$\rho_{poros,TOC}$	—	23,42%	21,38%	13,94%	12,58%
<b>Gradiente de fratura @ 4560 m</b>	$\rho_{frat,sap}$	—	30,67%	0%	33,37%	0%
<b>Total</b>		100%	100%	100%	100%	100%

Os fatores de omissão associados às variáveis aleatórias utilizadas na análise, expressos em percentual de variação do índice de confiabilidade, são descritos na Tabela 12.

## 5.5 Simulação Monte Carlo

Esta seção descreverá os resultados obtidos ao simular os resultados das equações utilizando a técnica de Simulação Monte Carlo, descrita na Seção 4.4.1. O objetivo dessa simulação é corroborar os resultados obtidos através do *FORM*.

Tabela 12 – Fatores de omissão para cada simulação

Variável	Carga Determ.	Carga Aleatória			
		$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
<b>Diâmetro Externo</b>	0,054%	0,025%	0,027%	0,030%	0,033%
<b>Espessura de parede do tubo</b>	0,0045%	0,0020%	0,0014%	0,0027%	0,0020%
<b>Espessura mínima de parede</b>	4,915%	2,157%	2,372%	2,646%	2,883%
<b>Tensão de ruptura do projeto</b>	125,814%	25,703%	23,764%	29,945%	27,308%
<b>Incerteza de modelo KS</b>	5,612%	2,449%	2,676%	2,997%	3,244%
<b>Peso do fluido invasor</b>	—	0,067%	0,087%	0,073%	0,095%
<b>Topo do cimento</b>	—	0,052%	0,032%	0,439%	0,395%
<b>Gradiente de poros @ 4560 m</b>	—	0%	22,981%	0%	25,358%
<b>Gradiente de poros @ 4050 m</b>	—	14,274%	12,783%	7,797%	6,953%
<b>Gradiente de fratura @ 4560 m</b>	—	20,100%	0%	22,509%	0%

Duas simulações foram executadas. A primeira, envolvendo resistência aleatória e carregamento determinístico, tem por objetivo evidenciar a importância da inclusão da variabilidade dos carregamentos no cálculo da probabilidade de falha de um projeto, e está resumida na Figura 29.

Nessa simulação, a probabilidade de falha condicionada, ou seja, a probabilidade de o carregamento ser maior que a resistência dado o valor médio das variáveis aleatórias, é de  $10^{-1,298}$ , ou 5,0%, alcançada após executar  $N = 10^5$  simulações. A margem de erro sobre essa probabilidade, calculada conforme descrito na Seção 4.4.1, é de  $\pm 0,2$  pontos percentuais, correspondente à amplitude do intervalo de confiança de mais que 99%.

Em contraste, a segunda simulação, que inclui a variabilidade dos carregamentos no cálculo da probabilidade de falha, tem por objetivo validar os resultados obtidos através do *FORM*, e está resumida nas Figuras 30 e 31.

A Figura 30 mostra a distribuição das pressões interna e de *backup*, bem como da resistência, ao longo de toda a coluna de revestimentos. Observa-se que a região próxima ao topo apresenta a maior sobreposição entre o carregamento (distribuição da pressão interna) e a resistência, corroborando a escolha do ponto crítico no SCPS. A Figura 31 detalha melhor essa sobreposição no ponto crítico, em  $TVD = 2100\text{ m}$ .

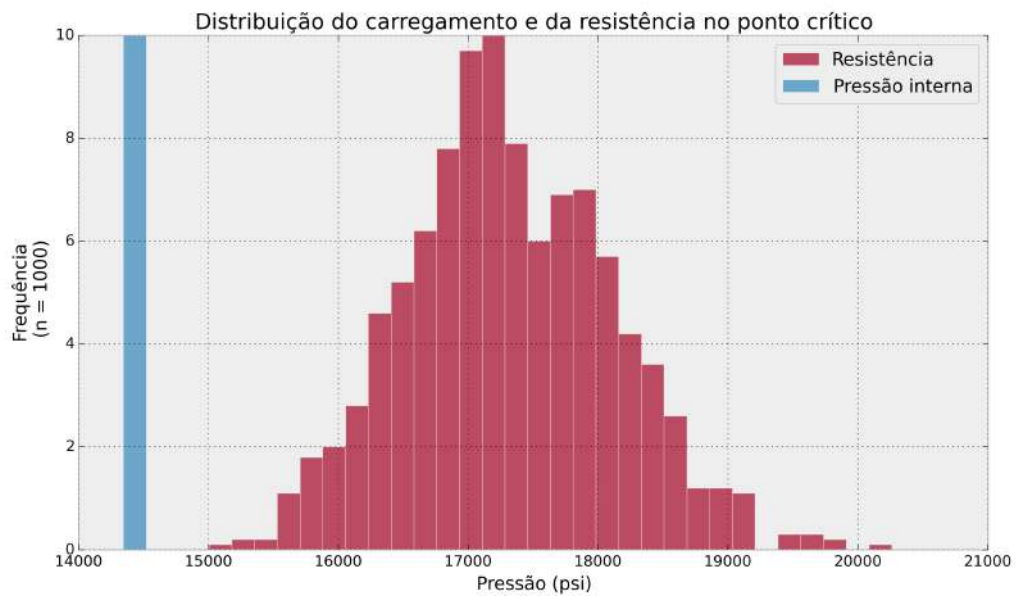


Figura 29 – Resultados da Simulação Monte Carlo utilizando carregamento determinístico

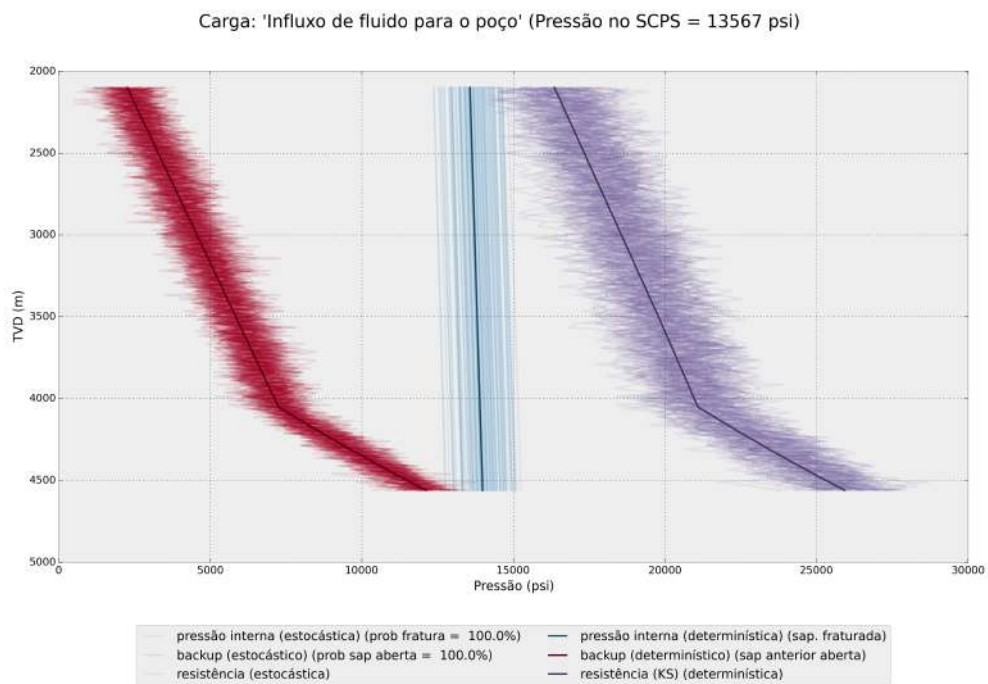


Figura 30 – Perfil de carregamentos probabilísticos ao longo do revestimento

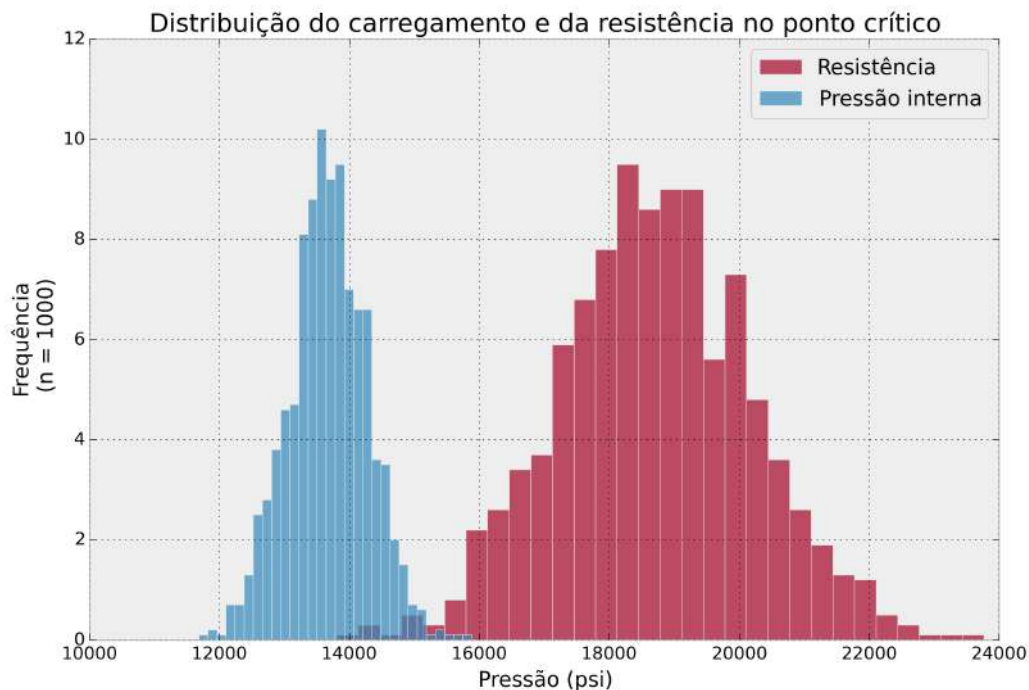


Figura 31 – Resultados da simulação de Monte Carlo utilizando carregamento probabilístico

Nesse caso, probabilidade de falha é de  $10^{-2,130}$ , ou 0,74%, alcançada após o mesmo número de simulações. A margem de erro sobre essa probabilidade é de  $\pm 0,06$  pontos percentuais, também correspondente à amplitude do intervalo de confiança de 99%.

A Figura 32 compara o resultado das duas simulações.

Nota-se que, conforme almejado, o valor da pressão interna no cenário em que o carregamento é determinístico corresponde ao percentil 90 da distribuição da pressão interna. Nota-se ainda que a tendência central da distribuição da resistência é diferente entre os cenários de carregamento determinístico e probabilístico. Isso ocorre pois, no cenário em que o carregamento é determinístico, a pressão externa e a força axial assumem valores correspondentes ao percentil 10 de suas respectivas distribuições. A seleção de valores extremos para estas variáveis altera a tendência central da distribuição da resistência à pressão interna como um todo. Por fim, a dispersão da resistência é menor no cenário em que o carregamento é determinístico. Isso ocorre porque, conforme evidenciado na Seção 5.4.5, duas importantes variáveis aleatórias (pressão externa e força axial) foram retiradas da análise, reduzindo assim sua dispersão. Os resultados acima estão resumidos na Tabela 18, onde são comparados com os resultados obtidos através da aplicação do *FORM* ao mesmo problema.

Por fim, a Simulação Monte Carlo viabiliza o cálculo de uma estimativa da importância de cada função de falha utilizada no *FORM*. Para tal, durante a simulação,

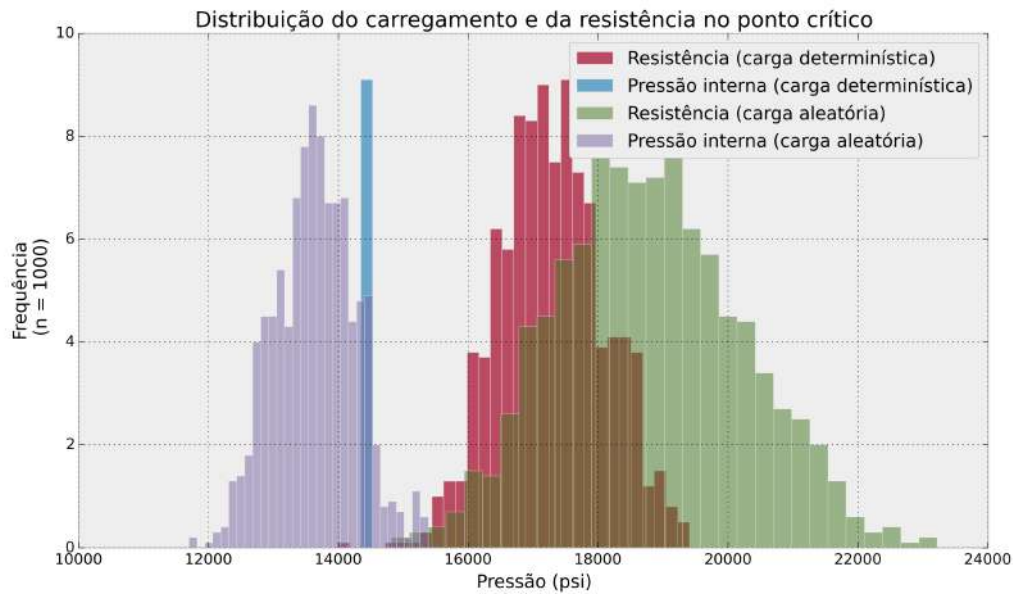


Figura 32 – Superposição dos resultados da simulação de Monte Carlo para carregamentos determinísticos e aleatórios

registra-se o modo de falha específico para então calcular a probabilidade de ativação de cada um.

A probabilidade de a formação sofrer uma fratura logo abaixo da sapata da coluna de revestimentos em análise é de 99,9%, enquanto que a probabilidade de o topo do cimento estar abaixo da sapata da coluna de revestimentos anterior é de aproximadamente 100%. Dessa forma, espera-se que a função de falha  $G_1$  domine a análise. Com efeito, a probabilidade de falha associada apenas à função de falha  $G_1$  é

$$\begin{aligned} p_{f,1} &= \Phi(-\beta_1) \\ &= 0,724\% \end{aligned} \quad (5.35)$$

enquanto que a probabilidade de falha do sistema, calculada na Seção 5.4, é de 0,722%, uma diferença de apenas 0,24%. Os valores obtidos para a probabilidade de falha calculado através da Simulação Monte Carlo serão contextualizados e analisados na Seção 5.8.

### 5.5.1 Comprovação da Hipótese de Sistema em Série

Além de utilizada para confirmação dos resultados obtidos através do *FORM*, a Simulação Monte Carlo foi utilizada também para corroborar a hipótese na qual a coluna de revestimentos é tomada como um sistema em série, detalhada nas Seções 4.6 e 5.2. A modelagem da coluna como um sistema em série simplifica sobremaneira a análise, pois



reduz sua probabilidade de falha à probabilidade de falha do seu ponto mais fraco, chamado de ponto crítico.

Antes de proceder-se à análise, convém ressaltar que a hipótese em questão se refere ao comportamento em série do conjunto de seções de toda a coluna de revestimentos, como exposto na Seção 4.6. Em contraste, cada seção de junta de revestimento apresenta uma função de falha  $G$  definida por partes, a qual é suposta matematicamente equivalente a um sistema em paralelo, conforme argumentado na Seção 5.3.4. Em outras palavras, o sistema composto pela coluna de revestimentos apresenta comportamento matematicamente equivalente a um sistema em paralelo na escala das seções individuais de cada junta; no entanto, quando analisado na escala do conjunto de seções como um todo, a coluna apresenta comportamento de um sistema em série, conforme demonstrado a seguir.

Na análise,  $N = 10^6$  Simulações Monte Carlo foram realizadas onde a coluna foi dividida em 5 pontos. Em cada simulação, cada variável aleatória é amostrada uma vez e então a função de falha é calculada para cada um dos pontos. O resultado (falha ou sucesso) é então registrado. Ao final, é possível calcular os termos  $P\left(S_n \mid \bigcap_{i=n+1}^N S_i\right)$  da Eq. (4.61) correspondentes à probabilidade de as seções não-críticas se manterem íntegras quando a seção crítica se mantém íntegra.

Dentre as  $10^6$  simulações,  $N_{fc} = 7245$  representaram combinações onde ocorreu a falha da seção crítica. Dentre as  $N_{s,c} = 992755$  simulações onde a seção crítica se manteve íntegra, as seções não-críticas apresentaram frequências de sucesso apresentadas na Tabela 13.

Tabela 13 – Correlação entre seções da coluna de revestimentos ( $N_{s,c} = 992755$ )

Seção	Profundidade (m)	Número de sucessos	$P\left(S_n \mid \bigcap_{i=n+1}^N S_i\right)$
1	2100	992755	100%
2	2700	992755	100%
3	3300	992755	100%
4	3900	992755	100%
5	4500	992755	100%

A Seção 4.6 argumenta que a coluna de revestimentos de fato pode ser representada por um sistema em série se, e somente se,  $P\left(S_n \mid \bigcap_{i=n+1}^N S_i\right) \approx 1$ , conforme a Eq. (4.62). De fato, observa-se na Tabela 13 que esta condição foi atendida. Logo, conclui-se que a hipótese assumida é adequada.

## 5.6 Comparação com o Sistema de Confiabilidade de Revestimentos - SCORE

A fim de conferir mais robustez às estimativas da probabilidade de falha calculada pelo *FORM* na Seção 4.4.3, os cálculos foram feitos de forma independente utilizando um *software* proprietário da Petrobras, conhecido por Sistema de Confiabilidade de Revestimentos (SCORE). O SCORE é um *software* de dimensionamento probabilístico de revestimentos desenvolvido no contexto de um projeto de pesquisa entre a Petrobras e a Universidade Federal de Alagoas (OLIVEIRA et al., 2013; GOUVEIA et al., 2013; GOUVEIA et al., 2014a; GOUVEIA et al., 2014b; GOUVEIA, 2014; SANTOS; GOUVEIA, 2015). O SCORE utiliza o *FORM* para fornecer ao projetista uma estimativa da probabilidade de falha do projeto, baseado nas distribuições de probabilidade associadas às características das juntas (diâmetro, espessura de parede, tensão de escoamento, entre outras). O SCORE não leva em consideração a variabilidade inerente aos carregamentos, tomando-os como variáveis determinísticas. Esta limitação não prejudica sua função de base de comparação com os cálculos realizados neste capítulo.

A junta de revestimento utilizada foi especificada no SCORE conforme descrita na Tabela 4. O modelo de resistência da junta tubular é o de *Klever-Stewart*. O carregamento determinístico no ponto de análise foi extraído da Figura 26 e está detalhado na Tabela 14.

Tabela 14 – Carregamentos determinísticos utilizados no SCORE

<b>Pressão Interna</b>	14344 psi
<b>Pressão Externa</b>	1571 psi
<b>Força Axial</b>	357,0 kip
<b><i>dog leg severity (DLS)</i></b>	1,0 °/30 m
<b>Torque</b>	0,0 ft – lbf
<b>Temperatura</b>	20°C
<b>Desgaste</b>	2,0%

A probabilidade de falha calculada pelo SCORE é

$$\begin{aligned}
 p_{f,SCORE} &= 10^{-1,319} \\
 &= 4,8\%
 \end{aligned}$$

O valor para probabilidade de falha com solicitação determinística calculado pelo SCORE será contextualizado e analisado na Seção 5.8.

## 5.7 Análise de Sensibilidade

Após o cálculo da probabilidade de falha utilizando três técnicas, vale verificar a robustez das estimativas através das análises de sensibilidade descritas a seguir.

### 5.7.1 Dispersão dos Carregamentos

Os fatores de importância descritos na Seção 5.4.5 estão associados a uma combinação específica de variáveis aleatórias. Se faz necessário, portanto, verificar a sensibilidade da probabilidade de falha e dos fatores de importância aos parâmetros dessas variáveis.

A Tabela 11 mostra que, dentre as variáveis aleatórias que influenciam o carregamento, o gradiente de poros e o gradiente de fratura são os que apresentam maior importância combinada. Uma vez que os fatores de importância estão associados à influência da dispersão de uma variável aleatória sobre a dispersão da função de falha, estas duas variáveis terão seus desvios-padrão alterados conforme descrito abaixo, mantendo-se suas médias constantes.

**Cenário-base:** cenário original, descrito nas Seções 5.1 e 5.3.3

**Cenário GF-50:** gradiente de fratura com desvio-padrão 50% menor que no cenário-base;

**Cenário PP-50:** gradiente de poros com desvio-padrão 50% menor que no cenário-base;

**Cenário GF-10:** gradiente de fratura com desvio-padrão 10% menor que no cenário-base;

**Cenário PP-10:** gradiente de poros com desvio-padrão 10% menor que no cenário-base;

**Cenário PP+10:** gradiente de poros com desvio-padrão 10% maior que no cenário-base;

**Cenário GF+10:** gradiente de fratura com desvio-padrão 10% maior que no cenário-base;

**Cenário PP+50:** gradiente de poros com desvio-padrão 50% maior que no cenário-base;

**Cenário GF+50:** gradiente de fratura com desvio-padrão 50% maior que no cenário-base;

Em cada cenário, serão registrados a probabilidade de falha e a soma dos fatores de importância associados às variáveis geológicas, *i.e.* o gradiente de poros e o gradiente de fratura, para cada função de falha.

A Simulação Monte Carlo, ao contrário do *FORM*, não apresenta uma maneira simples de calcular a importância relativa de cada variável aleatória sobre o resultado. Dessa forma, o cálculo do fator de importância associado à Simulação Monte Carlo consistiu na aplicação do conceito delineado na Seção 4.4.3. Primeiramente, o índice de

confiabilidade  $\beta_{C,MC}$  foi estimado para cada cenário  $C$ , através da inversão da Eq. (4.19), a saber:

$$\beta_{C,MC} = -\Phi^{-1}(p_{f,C,MC}) \quad (5.36)$$

onde  $\Phi^{-1}$  é a função inversa à CDF da distribuição normal padrão e  $p_{f,C,MC}$  é a probabilidade de falha calculada utilizando a Simulação Monte Carlo para o cenário  $C$ .

Em seguida, o fator de omissão associado às variáveis geológicas é calculado. Conforme mostra a Eq. (4.34), o fator de omissão  $\gamma_i$  da variável  $i$  relaciona o cálculo de confiabilidade completo com o cálculo de confiabilidade onde a variável  $i$  é substituída por seu valor médio. Assim, em um cenário  $C$ , o fator de omissão associado às variáveis geológicas é

$$\gamma_{geo,C,MC} = \frac{\beta(\underline{U}_{geo} = \underline{\mu}_{geo})}{\beta_{C,MC}} \quad (5.37)$$

onde  $\underline{U}_{geo}$  é um vetor que contém o gradiente de poros e o gradiente de fratura. Por fim, ainda segundo a Eq. (4.34), o fator de importância é calculado:

$$I_{geo,C,MC} = 1 - \frac{1}{\gamma_{geo,C,MC}^2} \quad (5.38)$$

Os resultados da análise de sensibilidade estão descritos na Tabela 15.

Nota-se que, mesmo no cenário em que a dispersão das variáveis geológicas é mínima, o fator de importância associado a elas ainda é maior que o das outras variáveis no cenário-base, com exceção da tensão de ruptura de projeto, conforme mostra a Tabela 11. Esse resultado mostra que a quantificação da dispersão dessas variáveis não pode ser seguramente desprezada.

### 5.7.2 Tamanhos Relativos dos Domínios das Funções de Falha

Além de verificar o impacto da variação da dispersão das variáveis que afetam o carregamento, é necessário também analisar se a variação do tamanho dos domínios das funções de falha afeta a acurácia do *FORM*. Conforme exposto na Seção 5.3.4, o cálculo da probabilidade de falha foi feito com base na hipótese de o domínio de falha conjunto  $F: \bigcap_{i=1}^4 (G_i < 0)$  ser convexo. A verificação analítica dessa hipótese foge ao escopo deste trabalho; adota-se a premissa que a aderência da probabilidade de falha calculada através da Simulação Monte Carlo e do *FORM* evidencie a convexidade do domínio de falha.

O domínio da função de falha corresponde à região em que a mesma se aplica ao fenômeno físico em questão. No exemplo citado na Seção 5.3.4, o domínio da função de

Tabela 15 – Probabilidade de falha e fatores de importância combinados das variáveis geológicas

Cenário	Prob. Falha	Fatores de importância				
		Monte Carlo	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
<b>GF-50 + PP-50</b>	0,07%	27,82%	23,40%	23,52%	18,49%	18,88%
<b>GF-50</b>	0,27%	45,06%	40,76%	55,26%	29,86%	48,95%
<b>PP-50</b>	0,35%	48,07%	44,63%	23,52%	41,22%	18,88%
<b>GF-10</b>	0,59%	55,10%	51,33%	55,26%	43,78%	48,95%
<b>PP-10</b>	0,62%	55,34%	52,02%	50,00%	45,89%	43,58%
<b>Cenário-base</b>	0,722%	58,08%	54,09%	55,26%	47,31%	48,95%
<b>PP+10</b>	0,85%	59,51%	56,18%	59,93%	48,79%	53,82%
<b>GF+10</b>	0,88%	60,59%	56,80%	55,26%	50,73%	48,95%
<b>PP+50</b>	1,56%	67,78%	64,17%	73,59%	55,05%	68,74%
<b>GF+50</b>	1,83%	69,60%	66,50%	55,26%	62,69%	48,95%
<b>GF+50 + PP+50</b>	2,82%	74,02%	72,16%	73,59%	66,73%	68,74%

falha  $G_1$  corresponde à região abaixo da curva pontilhada da Figura 28. O tamanho do domínio da função de falha afeta a contribuição de cada uma para a probabilidade de falha final e é portanto proporcional à probabilidade de uma configuração das variáveis aleatórias resultar nas situações descritas na Tabela 9. Assim, para medir o tamanho do domínio de falha de cada função de falha, serão calculadas duas probabilidades, a saber

$$p_{\text{frat}} = P(P_{\text{sap}} > P_{\text{frat}}) \quad (5.39)$$

$$p_{\text{alívio}} = P(TOC > PV_{\text{sap,ant}}) \quad (5.40)$$

A probabilidade de ocorrer a fratura,  $p_{\text{frat}}$ , corresponderá à probabilidade de a pressão atuante na sapata exceder a resistência à fratura da formação. Já a probabilidade de alívio,  $p_{\text{alívio}}$ , corresponderá à probabilidade de o topo do cimento estar localizado abaixo da sapata anterior.

Considerando as situações em que cada função de falha se aplica, podemos determinar que os domínios  $D_i: (\underline{U}, \underline{U}_d) | G(\underline{U}) = G_i(\underline{U})$  das funções de falha individuais seguem uma razão de proporcionalidade para o domínio completo tal como

descrito na Tabela 16. Ressalta-se que os domínios  $D_i$  das funções de falha individuais constituem uma partição do domínio  $D$  da função de falha completa  $G$ , ou seja,

$$\bigcup_{i=1}^4 D_i = D$$

$$\bigcap_{i=1}^4 D_i = \emptyset$$

Tabela 16 – Frações do domínio da função de falha  $G$  completa

Função de falha	$\frac{D_i}{D}$
$G_1$	$p_{\text{frat}} \cdot p_{\text{alivio}}$
$G_2$	$(1 - p_{\text{frat}}) \cdot p_{\text{alivio}}$
$G_3$	$p_{\text{frat}} \cdot (1 - p_{\text{alivio}})$
$G_4$	$(1 - p_{\text{frat}}) \cdot (1 - p_{\text{alivio}})$

Para variar o tamanho do domínio das funções de falha, é necessário variar as probabilidades de fratura da formação e de alívio da sapata anterior. Para tal, serão considerados quatro cenários, a saber

**Cenário-base:** cenário original, descrito nas Seções 5.1 e 5.3.3

**Cenário 1:** a média da distribuição do gradiente de poros na profundidade de 5000  $m$  será alterada para  $\mu_1 = 15,5 \text{ ppg}$ , mantendo-se seu desvio-padrão, e a distribuição do TOC será alterada para  $TOC \sim \mathcal{N}(\mu_1 = 2960 \text{ m}; \sigma_1 = 46,8 \text{ m})$ ;

**Cenário 2:** a média da distribuição do gradiente de poros na profundidade de 5000  $m$  será alterada para  $\mu_2 = 16,0 \text{ ppg}$ , mantendo-se seu desvio-padrão, e a distribuição do TOC será alterada para  $TOC \sim \mathcal{N}(\mu_2 = 3010 \text{ m}; \sigma_2 = 46,8 \text{ m})$ ; e

**Cenário 3:** a média da distribuição do gradiente de poros na profundidade de 5000  $m$  será alterada para  $\mu_3 = 17,0 \text{ ppg}$ , mantendo-se seu desvio-padrão, e a distribuição do TOC será alterada para  $TOC \sim \mathcal{N}(\mu_3 = 3010 \text{ m}; \sigma_3 = 46,8 \text{ m})$ .

Para cada cenário, as probabilidades de fratura  $p_{\text{frat}}$  e de alívio  $p_{\text{alivio}}$  serão computadas. Em seguida, o cálculo de confiabilidade como descrito na Seção 4.7 será realizado utilizando tanto a Simulação Monte Carlo ( $N = 10^5$  simulações) quando o

Tabela 17 – Sensibilidade da probabilidade de falha às probabilidades de fratura e de alívio

Cenário	Prob. fratura	Prob. alívio	Probabilidade de falha		
			Monte Carlo	FORM	(Dif.)
<b>1</b>	16,99%	19,64%	0,008% $\pm$ 0,006 p.p.	0,0064%	–20%
<b>2</b>	31,53%	58,46%	0,03% $\pm$ 0,01 p.p.	0,02%	–14%
<b>3</b>	68,21%	58,46%	0,12% $\pm$ 0,03 p.p.	0,11%	–3,6%
<b>Cenário-base</b>	99,96%	100%	0,74% $\pm$ 0,06 p.p.	0,722%	–2,7%

*FORM*. As duas probabilidades de falha são então comparadas. Os resultados estão descritos na Tabela 17.

Nota-se que as probabilidades de falha calculadas através do *FORM* estão dentro do intervalo de incerteza daquelas calculadas através da Simulação Monte Carlo, indicando aderência adequada dos resultados. No entanto, há um claro padrão no qual quanto menor a probabilidade de fratura e menor a probabilidade de alívio, maior tende a ser o erro do *FORM*.

Dois motivos podem estar por trás desse aumento do erro. O primeiro diz respeito à aproximação feita pelo *FORM*. Quanto mais não-linear é a função de falha, pior é a aproximação linear inerente ao *FORM*. As funções  $G_3$  e  $G_4$ , por serem caracterizadas pela sapata anterior selada (formação em frente à sapata anterior está protegida pelo cimento), têm termos multiplicativos no cálculo da força axial, de forma que apresentam grau de não-linearidade maior.

Outro motivo que pode explicar essa tendência ao aumento do erro do *FORM* é a hipótese de convexidade do domínio de falha. A convexidade do domínio de falha das funções de falha é condição necessária para que o cálculo da probabilidade de falha possa ser feito como exposto na Seção 5.4.4. No entanto, essa convexidade não foi demonstrada para todo o domínio de falha, apenas para o subdomínio  $F_{1,2}$ . Assim, é possível que essa hipótese não seja válida para o resto do domínio de falha.

Isto posto, nota-se que a redução do erro do *FORM* está associada também ao aumento da probabilidade de falha. A aproximação linear do *FORM* é mais sensível a não-linearidades quanto menor é a probabilidade de falha. Isso ocorre pois uma região não-linear dentro do domínio de falha representa uma fração maior do todo quando este é pequeno. Logo, resulta em um aumento relativo do erro.

Em suma, visto que as probabilidades de falha calculadas pelo *FORM* estão dentro do intervalo de confiança da Simulação Monte Carlo e que os cenários com maior erro são aqueles com menor probabilidade de falha, esta análise mostra que não há evidências que o *FORM* forneça estimativas diferentes daquelas da Simulação Monte Carlo, de forma que a hipótese de convexidade do domínio de falha não pode ser refutada.

## 5.8 Discussão

A Tabela 18 apresenta uma comparação do modelo no qual a solicitação é aleatória com o modelo no qual a solicitação é determinística, calculada a partir dos valores das variáveis aleatórias que a tornam extrema.

Tabela 18 – Comparação entre os casos com carregamento determinístico e probabilístico

Carregamento	Probabilidade de falha		
	Monte Carlo	FORM	
		ConfiaRev	SCORE
Determinístico	$10^{-1,298}$	$10^{-1,308}$	$10^{-1,319}$
	$5,0\% \pm 0,2 \text{ p.p.}$	4,9%	4,8%
Probabilístico	$10^{-2,130}$	$10^{-2,142}$	N.D.
	$0,74\% \pm 0,06 \text{ p.p.}$	0,722%	

A Tabela 18 mostra que os resultados obtidos são internamente coerentes; todos os valores para a probabilidade de falha estão dentro da faixa de variação para a probabilidade de falha segundo a Simulação Monte Carlo.

Conforme exposto na Seção 4.7.5, a probabilidade de falha com carregamento aleatório é condicionada a um cenário de carregamento  $C_i$  específico, neste caso o de influxo de fluidos para o interior do poço. A probabilidade de falha com carregamento determinístico, por outro lado, está adicionalmente condicionada a um valor de carregamento específico, supostamente representativo do caso de carregamento. Dada essa diferença, os dois valores não são *a priori* diretamente comparáveis; é necessário que a representatividade do valor de carregamento selecionado para o cenário em que o carregamento é determinístico seja verificada. Para tal, se faz necessário calcular a probabilidade de falha no cenário com carregamentos probabilísticos.

Apesar desta limitação, é comum que tomadores de decisão na indústria entendam a probabilidade de falha com solicitação determinística como um teto para a probabilidade de



falha real. Dessa forma, a comparação entre os dois valores busca verificar se essa hipótese é válida.

Observa-se que a probabilidade de falha calculada com carregamento determinístico é aproximadamente 7 vezes maior que a probabilidade de falha calculada com carregamentos aleatórios. Isso ocorre pois, conforme mostra a Figura 32, no cálculo determinístico valores extremos são utilizados, tanto para a pressão interna (a qual é majorada) quanto para a pressão externa e força axial (as quais são minoradas).

A adoção de valores extremos para as variáveis no cenário em que o carregamento é determinístico sobrepõe-se ao efeito do aumento da dispersão das resistências por conta da introdução do carregamento aleatório. Esse aumento de dispersão ocorre pois a resistência é função da pressão de *backup* e da força axial, as quais passam a ser variáveis aleatórias. O aumento da dispersão, mantendo-se a tendência central, tende a aumentar a probabilidade de falha no cenário de carregamento probabilístico, conforme evidenciado pelos cálculos resumidos na Tabela 15.

A magnitude da diferença entre os dois cenários (carregamentos determinísticos e aleatórios) calculada no exemplo é função dos valores específicos utilizados para cada variável aleatória, variando de poço para poço; por esse motivo, não pode ser automaticamente extrapolada para quaisquer outros projetos. No entanto, há três motivos que tornam o cálculo da probabilidade de falha com carregamentos probabilísticos uma necessidade:

1. Embora o poço utilizado como exemplo neste trabalho seja fictício, os valores utilizados foram baseados em dados reais. Assim, embora a diferença específica observada no exemplo não seja automaticamente extrapolável para outros poços, ela representa um cenário plausível;
2. Independente de seu valor, a diferença entre as probabilidades de falha das duas situações não é monitorada quando o cálculo apenas com carregamentos determinísticos é executado, submetendo o projeto a custos desnecessários; e
3. Existe ainda a possibilidade de a probabilidade de falha no cenário de carregamento determinístico ser menor que no cenário de carregamento probabilístico. Essa possibilidade é remota, dado que adotam-se valores extremos para as variáveis determinísticas. No entanto, caso ocorra, esse maior risco será essencialmente invisível para o tomador de decisão.

O segundo passo no cálculo da probabilidade de falha via *FORM*, descrito na Seção 5.3, envolveu selecionar quais variáveis do problema seriam consideradas aleatórias. Conforme descrito na Seção 5.4, o *FORM* fornece ferramentas, os chamados fatores de

importância e de omissão, para avaliar se essa seleção foi adequada. A Tabela 11, que descreve os fatores de importância associados às análises com o *FORM*, revela que a variável mais importante para os dois casos de carregamento (determinístico e aleatório) é a tensão de ruptura de projeto; no entanto, a importância dessa variável é reduzida severamente de 80,39%, no caso em que os carregamentos são determinísticos, para um intervalo de 34,71% a 40,78% no caso de carregamentos aleatórios.

Além disso, observa-se que o gradiente de fratura e o gradiente de poros, que são grandezas determinísticas no cenário em que o carregamento é determinístico, representam conjuntamente mais que 45% da importância em todos os casos em que os carregamentos são probabilísticos, bem como mais de 50% no caso da função de falha mais relevante, evidenciando os riscos ocultos aos quais o projeto está submetido quando carregamentos determinísticos são utilizados em modelos inseridos na metodologia *RBD*. Uma análise de sensibilidade revelou que, mesmo que as dispersões do gradiente de poros e do gradiente de fratura sejam significativamente menores, conjuntamente elas representam no mínimo 19% da dispersão da função de falha, de forma que não podem ser desprezadas sem prejuízo da segurança.

Por outro lado, a Tabela 12, que descreve os fatores de omissão, mostra que o diâmetro externo e a espessura de parede do tubo representam uma parte muito pequena da variabilidade dos resultados. As duas variáveis apresentam conjuntamente fator de omissão percentual de aproximadamente 0,05% no caso de carregamentos determinísticos e de aproximadamente 0,03% no caso de carregamentos aleatórios. Além do diâmetro externo e da espessura de parede, o peso do fluido invasor e a localização do topo do cimento também apresentam fator de omissão percentual próximos a zero (0,1% a 0,5%, aproximadamente).

É importante notar que é necessário cuidado ao interpretar os fatores de importância e os fatores de omissão. Como exemplo, a Tabela 11 revela que o gradiente de poros na profundidade vertical de 5000 m, correspondente ao reservatório, tem importância igual a 0% para as funções de falha associadas à fratura da formação logo abaixo da sapata atual. Conforme mostram as Tabelas 7 e 8, a pressão de poros no reservatório é tal que a pressão na sapata do revestimento, calculada através da Eq. (5.5), excede a resistência à fratura da formação na profundidade da sapata. Dessa forma, o valor do gradiente de poros na profundidade do reservatório passa a não ter influência na pressão na sapata, que sempre será calculada através do gradiente de fratura. Observa-se que, para as funções de falha associadas aos cenários onde não há fratura da formação abaixo da sapata, a importância do gradiente de poros é relevante. O comportamento inverso é observado para o gradiente de fratura.

Por fim, vale notar que a aproximação linear inerente ao *FORM* embute duas hipóteses importantes. A primeira é a linearidade das funções de falha. Quanto maior o

grau de não-linearidade das funções de falha, pior será a aproximação linear do *FORM*. A linearidade das funções de falha é afetada tanto pela formulação em si, quanto pelas distribuições das variáveis aleatórias envolvidas.

A segunda é a hipótese de convexidade do domínio de falha. No cálculo da probabilidade de falha, assume-se que o domínio de falha é convexo, sendo matematicamente similar a um sistema em paralelo. Quanto mais côncavo for o domínio de falha, o sistema passa a se comportar como um sistema em série, aumentando o erro de aproximação do *FORM*.

Esses dois aspectos são exarcebados quando as probabilidades de falha são muito pequenas, pois quaisquer desvios destas duas hipóteses representam uma fração maior do domínio de falha. Em contraste, a Simulação Monte Carlo, embora seja computacionalmente mais custosa, não envolve estas duas hipóteses. Assim, é necessariamente mais acurada que o *FORM*. Nos dias atuais, o prejuízo computacional tende a ser desprezível, de forma que é importante analisar qual é a melhor alternativa para utilização em campo.

## 6 Considerações finais

A abordagem de projeto de revestimento de poços de petróleo baseado em fatores de segurança, conhecido na indústria como *Working Stress Design*, apresenta um grande obstáculo: a introdução de margens de segurança inadequadas ao processo de dimensionamento de revestimentos pode comprometer todo o projeto. Por um lado, projetos nos quais as resistências calculadas são minoradas em excesso, embora contem com um maior coeficiente de segurança, representam um dispêndio extra de inúmeros recursos que comprometem a viabilidade técnica e econômica dos projetos. Por outro lado, projetos nos quais as resistências calculadas não são minoradas o suficiente representam um aumento na probabilidade de falha da estrutura de revestimentos, comprometendo sua segurança.

Fundamentalmente, a utilização de fatores de segurança é consequência da incerteza relativa ao processo de dimensionamento de revestimentos. No entanto, a abordagem *Working Stress Design* não quantifica formalmente essa incerteza, e portanto o risco, inerente a cada projeto, ignorando formas sistemáticas e científicas de quantificação de incerteza. Por conseguinte, não permite comparação quantitativa entre dois projetos distintos, tanto em termos de risco quanto de custo. A impossibilidade de comparação entre projetos dificulta sobremaneira a tomada de decisão a respeito dos mesmos.

Além disso, a cultura corporativa que se desenvolve ao redor do paradigma *WSD* é prejudicial à segurança operacional na medida em que estimula decisões binárias que ignoram nuances e riscos escondidos. Conscientes de que a magnitude da diferença entre dois fatores de segurança está relacionada à diferença entre probabilidades de falha de modo imprevisível, os tomadores de decisão se adaptam, focando apenas em valores mínimos arbitrários que devem ser respeitados sem que se conheça sua origem.

Isto posto, o objetivo deste trabalho foi desenvolver uma metodologia para calcular a probabilidade de falha de uma coluna de revestimentos de poços de petróleo, utilizando um modelo de resistência probabilístico baseado no estado limite último da estrutura e um modelo probabilístico para os carregamentos geológicos. Essa metodologia é conhecida na indústria como *RBD*. A grande vantagem de projetos baseados na concepção *RBD* é a facilidade de calibração do perfil de risco, o qual refletirá a aversão ao risco do tomador de decisão através da escolha da probabilidade de falha à qual o mesmo está disposto se sujeitar.

Um modelo baseado no método *FORM* de normalização de distribuições de probabilidade foi proposto e validado através de técnica de Simulação Monte Carlo.

A validação do cálculo da probabilidade de falha através da Simulação Monte Carlo e do *software* SCORE mostrou que os resultados são coerentes entre si.

A probabilidade de falha foi calculada para um caso fictício representativo seguindo o modelo desenvolvido e comparada com a probabilidade de falha com solicitação determinística, ou seja, condicionada a um valor específico, suposto representativo, para a solicitação das juntas de revestimento. Apesar de a probabilidade de falha  $p_f$  representar um contexto diferente da probabilidade de falha com solicitação determinística  $p_{f,det}(S = S_{rep})$ , é comum que tomadores de decisão na indústria entendam a probabilidade de falha com solicitação determinística como um teto para a probabilidade de falha real. Mostrou-se que a probabilidade de falha manteve-se abaixo da probabilidade de falha com solicitação determinística por um fator de aproximadamente 7, corroborando a hipótese de que a probabilidade de falha com solicitação determinística corresponde a um teto para a probabilidade de falha. No entanto, essa diferença, ainda que favorável no caso analisado, é invisível para o tomador de decisão quando o dimensionamento é realizado com solicitação determinística, representando um risco.

A análise feita demonstrou também que a tensão de ruptura do aço  $f_u$ , a pressão de poros e o gradiente de fratura representaram conjuntamente mais de 85% da variabilidade observada nos resultados das simulações. Sendo assim, é essencial que trabalhos futuros as incluam em suas análises. Ressalta-se que embora a espessura de parede tenha sido responsável por uma parcela pequena da variabilidade observada, a espessura mínima de parede, ou seja, a espessura de parede descontada da menor trinca que uma inspeção da junta tubular é capaz de detectar, respondeu por aproximadamente 4% dela.

Os resultados evidenciaram a necessidade de incluir a variabilidade dos carregamentos em análises de confiabilidade futuras. Os carregamentos geológicos responderam por mais de 45% da dispersão em todas as simulações e funções de falha. Mesmo nos casos em que a dispersão dos mesmos foi significativamente menor que a considerada neste trabalho, ainda assim responderam por 19% da dispersão total, de forma que não podem ser desprezados sem prejuízo da segurança.

Por outro lado, mostrou-se que o diâmetro externo da junta tubular, sua espessura da parede, o peso do fluido invasor e a posição do topo do cimento representaram conjuntamente menos de 0,3% da variabilidade observada. Por esse motivo, podem ser representadas por variáveis determinísticas sem perda de acurácia da análise. Esta observação deve ser avaliada caso a caso, no entanto; por exemplo, o gradiente de poros no reservatório aparentemente não influenciou a variabilidade observada em algumas situações analisadas. Este é um resultado surpreendente, já que o modelo de carregamento claramente depende da pressão de poros no reservatório. Essa aparente contradição é esclarecida quando observa-se que a pressão de poros no reservatório foi tal que a pressão na sapata do revestimento excedeu a resistência à fratura da formação em frente à sapata. Dessa forma, o valor do gradiente de poros na profundidade do reservatório passou a não ter influência na pressão na sapata em tais casos, que sempre foi calculada através do gradiente de fratura. A contabilização de todos os modos

de falha dentro do contexto do influxo de fluidos para o interior do poço permitiu esclarecer essa aparente contradição.

## 6.1 Próximos Passos

Este trabalho não pretende exaurir o tema de dimensionamento probabilístico de revestimentos, uma vez que é focado no cálculo de um dos muitos fatores utilizados para calcular a probabilidade de falha de um poço de petróleo. Embora o arcabouço de cálculo tenha sido completamente descrito neste trabalho, para calcular a probabilidade de falha de um poço de petróleo, é necessário mapear todos os casos de carregamento possíveis, calcular sua probabilidade de ocorrência e calcular a probabilidade de falha do sistema condicionada a eles. O cálculo da probabilidade de ocorrência é particularmente desafiador, pois os casos de carregamento de interesse tendem a ser carregamentos de sobrevivência, os quais são raros por definição. Estudos futuros recomendados são listados na Tabela 19.

Tabela 19 – Estudos futuros

<b>Caso de carregamento</b> $C_i$	<b>Probabilidade de ocorrência</b> $P(C_i)$	<b>Probabilidade de falha condicionada</b> $P(F C_i)$
<b>Influxo de fluidos para o poço</b>	Estudos futuros	<b>Este trabalho</b>
<i>Tubing leak</i>		Estudos futuros
<i>Full evacuation</i>		Estudos futuros
<b>APB</b>		Estudos futuros
<i>Above and below packer</i>		Estudos futuros
	⋮	

Além da quantificação da probabilidade de ocorrência dos casos de carregamento e das probabilidades de falha condicionadas a estes, é necessário desenvolver uma metodologia de coleta e análise de dados que permita estimar distribuições de probabilidade apropriadas para cada variável aleatória. As distribuições utilizadas ao longo deste trabalho foram retiradas de trabalhos anteriores realizados em áreas muito diferentes entre si, colocando em xeque a validade das análises realizadas. A sistematização da coleta e da análise de dados de poço viabilizaria a utilização de distribuições de probabilidade adaptadas para a região onde a metodologia *RBD* será aplicada para dimensionar colunas de revestimento de poços de petróleo.

Por fim, a realização do dimensionamento de revestimentos de forma probabilística aplicando a metodologia *RBD* preconiza a seleção de níveis aceitáveis de risco, traduzidos em *TRLs*, para cada caso de carregamento. A determinação de *TRLs* adequados é desafiadora pois estes são altamente dependentes da aversão ao risco do tomador de decisão, o que pode ser influenciado por faotres imprevisíveis como o histórico recente de insucessos.

## Referências

ADAMS, A. J.; GLOVER, S. B. An investigation into the application of QRA in casing design. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, TX, Estados Unidos, 1998. DOI: 10.2118/48319-MS.

ADAMS, A. J.; HODGSON, T. Calibration of casing/tubing design criteria by use of structural reliability techniques. *SPE Drilling & Completions*, Society of Petroleum Engineers, v. 14, n. 1, Mar 1999. DOI: 10.2118/55041-PA.

ADAMS, A. J. et al. Casing system risk analysis using structural reliability. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE/IADC Drilling Conference*. Amsterdã, Holanda, 1993. DOI: 10.2118/25693-MS.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. *API Technical Report 5C3*: Technical report on equations and calculations for casing, tubing, and line pipe used as casing or tubing; and performance properties tables for casing and tubing. Estados Unidos, 2008. 378 p.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. *API Recommended Practice 96*: Deepwater well design and construction. Estados Unidos, 2013. 158 p.

ANG, A. H.-S.; TANG, W. H. *Probability Concepts in Engineering*. 2a. ed. New York City, NY, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 406 p. ISBN 978-0-471-72064-5.

BAUSCHKE, H. H.; LUCET, Y.; PHAN, H. M. On the convexity of piecewise-defined functions. *ESAIM Control Optimisation and Calculus of Variations*, v. 139, n. 3, Ago 2014. DOI: 10.1051/cocv/2015023.

BEER, M.; FERSON, S.; KREINOVICH, V. Imprecise probabilities in engineering analyses. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 37, n. 1–2, p. 4–29, 2013. DOI: 10.1016/j.ymssp.2013.01.024.

BEER, M.; LIEBSCHER, M. Designing robust structures – a nonlinear simulation based approach. *Computers & Structures*, v. 86, n. 10, p. 1102–1122, Mai 2007. ISSN 0045-7949. DOI: 10.1016/j.compstruc.2007.05.037.

BOOTH, J. E. Measurement and data management: Key to quality well control. *Petroleum Engineer International*, Estados Unidos, v. 66, n. 2, 1994.

BRADLEY, W. B. The effect of casing wear on the burst strength of casing: Part 1 - joint leakage. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *Annual Petroleum Mechanical Engineering Conference*. Tulsa, OK, Estados Unidos: American Society of Mechanical Engineers, 1975.

BRADLEY, W. B. The effect of casing wear on the burst strength of casing: Part 2 - statistical burst strength of worn and unworn casing strings. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *Annual Petroleum Mechanical Engineering Conference*. Tulsa, OK, Estados Unidos: American Society of Mechanical Engineers, 1975.



DOYEN, P. M. et al. Seismic pore pressure prediction with uncertainty using a probabilistic mechanical earth model. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2003*, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, Estados Unidos, p. 1366–1369, 2003. ISSN 1949-4645. DOI: 10.1190/1.1817542.

GOOVAERTS, P. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. New York City, NY, Estados Unidos: Oxford University Press, 1997. 483 p. (Applied Geostatistics Series). ISBN 978-0-19-511538-3.

GOUVEIA, L. P. *Avaliação da Confiabilidade em Tubos de Revestimento de Poços*. 114 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, 2014.

GOUVEIA, L. P. et al. Reliability assessment of well casing design based on a triaxial serviceability limit state. In: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA. *XXXV Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Fortaleza, CE, Brasil, 2014.

GOUVEIA, L. P. et al. Reliability-based study of well casing strength formulation. In: UNIVERSITY OF LIVERPOOL. *5th International Conference on Computational Methods*. Cambridge, England, 2014.

GOUVEIA, L. P. de et al. On the reliability analysis of OCTG strength equation for collapse. In: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA. *XXXIV Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Pirenópolis, GO, Brasil, 2013.

GURTIN, M. E. *An Introduction to Continuum Mechanics*. 1a. ed. San Diego, CA, Estados Unidos: Academic Press, Inc., 1982. 265 p. (Mathematics in Science and Engineering, 158). ISBN 978-0-12-309750-7.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second-moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, v. 100, n. 1, p. 11, 1974. ISSN 0044-7951.

HINTON, A. Will risk based casing design mean safer wells? In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, TX, Estados Unidos, 1998. DOI: 10.2118/48326-MS.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 13679: Petroleum and natural gas industries - procedures for tensting casing and tubing connections*. Delft, Holanda, 2002. 139 p.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO Technical Report 10400: Technical report on equations and calculations for casing, tubing, and line pipe used as casing or tubing; and performance properties tables for casing and tubing*. Delft, Holanda, 2007. 378 p.

JONES, E. et al. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. Disponível em: <<http://www.scipy.org/>>. Acesso em: 27 de maio de 2017.

- JOURNAL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. *Mining Geostatistics*. Caldwell, NJ, Estados Unidos: Blackburn Press, 2003. 600 p. ISBN 978-1-930-66591-0.
- KEILTY, I. D.; RABIA, H. Applying quantitative risk assessment to casing design. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE/IADC Drilling Conference*. Nova Orleans, LA, Estados Unidos, 1996. DOI: 10.2118/35038-MS.
- KIUREGHIAN, A. D.; LIU, P.-L. Structural reliability under incomplete probability information. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 112, n. 1, p. 20, Jan 1986. ISSN 0733-9399. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1986)112:1(85).
- KLEVER, F. J.; STEWART, G. Analytical burst strength prediction of octg with and without defects. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, TX, EUA, 1998.
- LIANG, Q. J. Application of quantitative risk analysis to pore pressure and fracture gradient prediction. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. San Antonio, TX, Estados Unidos, 2002. DOI: 10.2118/77354-MS.
- MADSEN, H. O.; KRENK, S.; LIND, N. C. *Methods of Structural Safety*. 1a. ed. Eaglewood Cliffs, NJ, Estados Unidos: Prentice-Hall, 1986. 403 p. ISBN 978-0-486-44597-7.
- MASON, S.; CHANDRASEKHAR, S. Stochastic kick load modeling. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE High Pressure/High Temperature Sour Well Design Applied Technology Workshop*. The Woodlands, TX, Estados Unidos, 2005. DOI: 10.2118/97564-MS.
- MCCORMAC, J. C. *Structural Steel Design*. 4a. ed. Eaglewood Cliffs, NJ, Estados Unidos: Pearson Prentice Hall, Inc., 2008. 692 p. ISBN 978-0-13-221816-0.
- MELCHERS, R. E. *Structural Reliability: Analysis and Prediction*. 2a. ed. New York City, NY, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 1999. 456 p. ISBN 978-0-471-98771-0.
- MILLER, R. A. Real world implementation of QRA methods in casing design. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*. The Woodlands, TX, Estados Unidos, 1998. DOI: 10.2118/48325-MS.
- NATAF, A. Statistique mathématique-determination des distributions de probabilités dont les marges sont données. *Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de L'Academie des Sciences*, GAUTHIER-VILLARS/EDITIONS ELSEVIER, Paris, França, v. 255, n. 1, p. 42, 1962.
- NILSEN, T. et al. Risk-based well control planning: The integration of random and known quantities in a computerized risk management tool. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE/ICoTA Coiled Tubing Roundtable*. Houston, TX, Estados Unidos, 2001. DOI: 10.2118/68447-MS.
- NORSK SOKKELS KONKURANSEPOSISJON. *NORSOK D-010: Well integrity in drilling and well operations*. Lysaker, Noruega, 2004. 158 p.

NORSK SOKKELS KONKURANSEPOSISJON. *NORSOK D-010: Well integrity in drilling and well operations*. Lysaker, Noruega, 2013. 221 p.

OLIVEIRA, I. de M. N. et al. Interface gráfica para tratamento estatístico com o suporte à análise de confiabilidade estrutural. In: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA. *XXXIV Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Pirenópolis, GO, Brasil, 2013.

OWEN, E. W. *Trek of the Oil Finders: A history of exploration for petroleum*. Tulsa, OK, Estados Unidos: The American Association of Petroleum Geologists, 1975. 1647 p.

PAYNE, M. L.; SWANSON, J. D. Engineering quantification of inconsistent information. *SPE Drilling Engineering*, Society of Petroleum Engineers, v. 5, n. 4, Dez 1990. DOI: 10.2118/19556-PA.

PETROBRAS. *Norma Petrobras 2752: Segurança de poço para projetos de perfuração de poços marítimos*. Rio de Janeiro, Brasil, 2014. 43 p.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Non-normal vectors in structural reliability. *Sonderforschungsbereiche*, v. 96, p. 22, 1978.

SAGRILO, L. V. S. Confiabilidade estrutural. Notas de Aula. 2007.

SANTOS, R. V. dos; GOUVEIA, L. P. de. Influência do truncamento das variáveis aleatórias na confiabilidade de tubos de revestimento sujeitos à pressão interna. In: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA. *XXXVI Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2015.

SAYERS, C. M. et al. Use of reflection tomography to predict pore pressure in overpressured reservoir sands. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2003*, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, Estados Unidos, p. 1362–1365, 2003. ISSN 1949-4645. DOI: 10.1190/1.1817541.

SOUZA, C. O. Levantamento de cargas em revestimentos. 2015.

TALLIN, A. G. et al. Risk assessment of exploration well designs in the Oman Ara salt. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Dallas, TX, Estados Unidos: Society of Petroleum Engineers, 2000. DOI: 10.2118/63130-MS.

THE BUREAU OF OCEAN ENERGY MANAGEMENT, REGULATION AND ENFORCEMENT. *Report regarding the causes of the April 20, 2010 Macondo well blowout*. Estados Unidos, 2011. v. 2, 212 p.

ZHICHUAN, G.; BAOPING, L. A new approach for casing program design with pressure uncertainties of deepwater exploration wells. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. *International Oil and Gas Conference and Exhibition in China*. Beijing, China: Society of Petroleum Engineers, 2010. DOI: 10.2118/130822-MS.

# Glossário

## ***above and below packer***

Carregamento de sobrevivência de colapso onde ocorre o esvaziamento da câmara superior ao *packer*.

## ***annular fluid expansion***

Tendência ao aumento de volume imposta a um fluido confinado no anular do poço devido ao aumento da temperatura no interior do mesmo.

## ***annulus pressure buildup***

Pressão imposta à um anular confinado devida ao aumento da temperatura no interior do poço.

## ***back-up***

Em um contexto de carregamentos de pressão interna, o *back-up* é a pressão externa atuante.

## ***Barlow***

Modelo de resistência de junta tubulares à pressão interna no qual o início da plastificação do material da junta determina sua falha. A formulação para a resistência de *Barlow* é

$$R = 2 \sigma_y \frac{k_{wall} t}{D} \quad (6.1)$$

onde  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do material,  $t$  é a espessura de parede da seção,  $D$  é o diâmetro externo da seção e  $k_{wall}$  é a fração mínima da espessura que o equipamento utilizado na inspeção de trincas é capaz de detectar. A resistência de *Barlow* é o modelo adotado pela API até a publicação da ISO TR 10400 (2007), quando o modelo de *Klever-Stewart* passou a ser adotado.

## **Bayes, estatística**

Campo da Estatística no qual hipóteses são associadas a probabilidades Bayesianas, que representam o nível de verossimilhança atribuído pelo proponente às proposições contidas nestas hipóteses. A estatística Bayesiana conta ainda com um mecanismo para atualização das probabilidades Bayesianas face a evidências de qualquer natureza, através de um modelo de probabilidade. Esse mecanismo é o Teorema de Bayes. Sejam dois eventos  $A$  e  $B$ ,  $P(B) \neq 0$ . Então,

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}$$

onde  $P(A|B)$  é a probabilidade de o evento  $A$  ocorrer dado que  $B$  ocorreu.

***blowout***

Fluxo descontrolado de fluidos do poço para o meio ambiente externo. É uma consequência de um *kick* do qual se perde o controle.

***blowout preventer***

Equipamento instalado no SCPS que permite o fechamento do poço em caso de descontrole do fluxo do mesmo (*blowout*), incrementando a segurança operacional.

***capping***

Equipamento instalado na cabeça do poço que é responsável pelo seu fechamento, evitando que mais hidrocarbonetos sejam liberados.

**carregamento de serviço**

Carregamentos associados à vida normal do poço. Os revestimentos devem ser dimensionados de forma tal que carregamentos de serviço não comprometam a estrutura dos poços, nem sua continuidade operacional. Em outras palavras, os revestimentos devem resistir a carregamentos de serviço sem necessidade de intervenções. Por exemplo, pressões geradas por um *kick* com volume menor ou igual ao volume admissível de projeto determinado pelo critério de tolerância ao *kick*.

**carregamento de sobrevivência**

Carregamentos gerados em casos extremos, não programados e de baixa probabilidade de ocorrência, devendo ser considerados no projeto de poço para determinar se as tubulações e outros equipamentos são capazes de resistir (ainda que se tornem não-operacionais) sem comprometer a segurança, caso venham a ser expostos a estas condições. Ao contrário dos carregamentos de serviço, admite-se a possibilidade de interrupção à operação normal da tubulação ou equipamento sendo projetado. Por exemplo, pressão interna no revestimento após o fechamento do poço num cenário de *blowout* com o poço completamente preenchido com o fluido do reservatório.

**coeficiente de Poisson**

Constante que relaciona as deformações de um determinado material em diferentes graus de liberdade. Ao sofrer tensão aplicada na direção  $i$ , alguns materiais sofrem deformações nas direções  $i$  e  $j$ . O coeficiente de Poisson é a razão entre as deformações nas direções  $j$  e  $i$ .

### conjunto de vedação universal

*abr.* CVU. Equipamento instalado no SCPS com o objetivo de isolar o interior de uma coluna de revestimento de seu anular. Também conhecido por *packoff*.

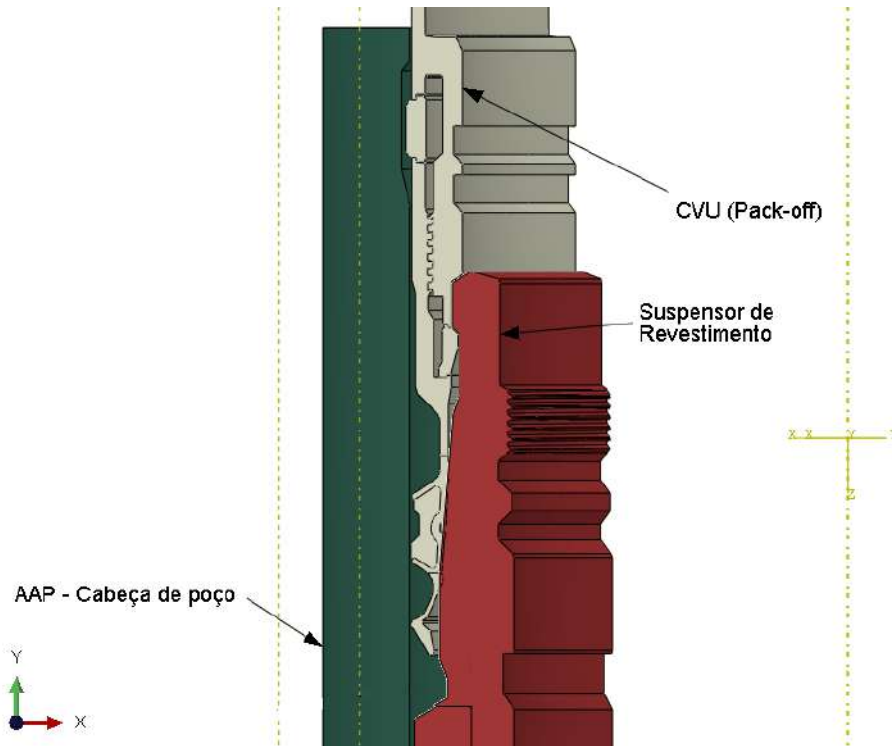


Figura 33 – Conjunto de Vedação Universal

### curva F-N

Curva que relaciona uma medida de magnitude de impacto  $N$  à frequência  $F$  com que eventos responsáveis por impactos de magnitude  $N$  foram observados.

### decomposição de Cholesky

Decomposição de uma matriz Hermitiana, positiva definida em um produto de uma matriz triangular e sua transposta conjugada. A decomposição de Cholesky  $L$  de uma matriz  $A$  é tal que

$$A = LL^T$$

onde  $A$  composta de números reais.

### diferenças finitas

Método numérico para solução de equações diferenciais através da aproximação dos termos diferenciais por termos envolvendo diferenças. Para tal, é necessário particionar o domínio da equação diferencial em parcelas discretas. A expansão de

Taylor de uma função  $f(x)$  no ponto  $x = x_0 + h$ , segundo o teorema de Taylor, pode ser expressa por

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} h + \frac{f''(x_0)}{2!} h^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} h^n + R_n(x_0)$$

onde  $R_n(x_0)$  representa a diferença entre o valor real da função e o polinômio de Taylor de ordem  $n$  correspondente. Para obter uma aproximação para a primeira derivada, utiliza-se o polinômio truncado em sua primeira ordem,

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} h + R_1(x_0)$$

Assumindo que o termo  $R_1(x_0) \rightarrow 0$ ,

$$f'(x_0) \sim \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio, a segunda derivada da função  $f(x)$  no ponto  $x = x_0$  pode ser aproximada por

$$f''(x_0) \sim \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}$$

Nas equações acima, assume-se que  $h \rightarrow 0$ .

### **distribuição de probabilidade**

Descrição de um fenômeno aleatório que quantifica as probabilidades de ocorrência de cada evento. O fenômeno em questão pode ser discreto, quando há um número finito de possíveis resultados observáveis (por exemplo, o resultado de um jogo de cara ou coroa), ou contínuo, quando o número de resultados é infinito (por exemplo, a escolha de um número real).

### **distribuição log-normal**

Distribuição de probabilidade contínua que caracteriza variáveis aleatórias positivas cujo logaritmo é distribuído segundo a distribuição normal. Em outras palavras, seja  $Z$  uma variável com distribuição normal padrão. Seja  $X$  tal que

$$X = \exp(\mu + \sigma Z)$$

Então,  $X$  apresenta distribuição log-normal com parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$ . Ao contrário da distribuição normal, os parâmetros não representam diretamente o primeiro e segundo momentos da variável com distribuição log-normal. Os parâmetros da distribuição log-normal podem ser calculados caso se conheça o primeiro momento (valor esperado, ou  $E[X]$ ) e o segundo momento (variância, ou  $Var[X]$ ), a saber

$$\mu = \ln \left( \frac{E[X]^2}{\sqrt{Var[X] + E[X]^2}} \right) \sigma^2 = \ln \left( 1 + \frac{Var[X]}{E[X]^2} \right)$$

Enquanto a distribuição normal descreve a soma infinita de variáveis aleatórias independentes entre si, a distribuição log-normal descreve o produto infinito de variáveis aleatórias independentes entre si.

### **distribuição normal**

Distribuição de probabilidade contínua que caracteriza uma soma infinita de variáveis aleatórias independentes entre si com variância finita. A distribuição normal é caracterizada por dois parâmetros, sua média  $\mu \in \mathbb{R}$  e sua variância  $\sigma^2 > 0$ . A PDF da distribuição normal unidimensional padrão (na qual  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ ) é expressa por

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Uma distribuição normal multivariada padrão onde as variáveis apresentam matriz de correlação  $\Sigma$  apresenta PDF expressa na forma vetorial

$$\phi_n(\underline{X}, \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} |\Sigma|} e^{-\frac{1}{2} \underline{X}^T \Sigma^{-1} \underline{X}}$$

onde  $|\Sigma|$  representa o determinante da matriz de correlação e  $n$  representa a dimensão de  $\underline{X}$ .

### **distribuição Weibull**

Distribuição de probabilidade contínua sobre todo o domínio real  $\mathbb{R}$ . A distribuição Weibull é frequentemente utilizada no contexto de falha de equipamentos, onde seu argumento é o tempo para falha. Nesse contexto, a distribuição Weibull descreve uma taxa de falha proporcional a uma potência do tempo. Em outras palavras, se  $x$  representa o tempo para falha, a PDF  $f(x; \lambda, k)$  é tal que

$$f(x; \lambda, k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (6.2a)$$

onde  $\lambda$  e  $k$  são parâmetros que ditam o formato da PDF.

### ***dog leg severity***

Variação do ângulo da trajetória do poço. O *dog leg severity* é o inverso da curvatura do poço em cada ponto da sua trajetória. O *dog leg severity* é geralmente medido em  $^\circ/30\text{ m}$  ou em  $^\circ/100\text{ ft}$ .

### **energia de distorção**

Energia interna acumulada em um material ao ser submetido a um estado de tensões.



***equivalent mud weight***

Peso de um fluido fictício tal que exerça a mesma pressão em um ponto da coluna de revestimentos que a coluna de fluidos real que se encontra em tal coluna.

***extended reach wells***

Poços caracterizados por razão de aspecto (razão entre o afastamento horizontal e a profundidade vertical) elevada.

***Fault Tree Analysis***

Metodologia dedutiva de análise de falha onde um modo de falha de um sistema é decomposto em eventos básicos através de lógica Booleana. Tais eventos básicos são escolhidos de forma que sua probabilidade de falha seja facilmente determinável, o que permite a construção de uma árvore de falha, a qual viabiliza o cálculo da probabilidade de ocorrência do modo de falha em análise.

***First Order Reliability Method***

Metodologia de análise de confiabilidade semi-probabilística desenvolvido para avaliar a confiabilidade de um sistema. Para tal, o *FORM* aproxima a função de falha por funções lineares, calculando então o índice de confiabilidade  $\beta$  associado ao sistema.

***força efetiva***

Força axial atuante em um corpo imerso em um fluido descontada das forças de empuxo que o fluido exerce sobre o corpo.

***formação***

Conjunto de estratos rochosos com litologia similar. A formação geológica é a unidade fundamental no contexto da litoestratigrafia e pode ser dividida em subunidades denominadas membros ou agrupadas em grupos geológicos. Formações que contenham hidrocarbonetos em seus poros são chamadas de reservatórios.

***full evacuation***

Carregamento de sobrevivência de colapso onde todo o fluido no interior do revestimento é expulso, substituído por ar.

***função cumulativa de probabilidades***

Função que descreve a probabilidade de ocorrência de um valor menor ou igual ao seu argumento.

**função de falha**

Função que discrimina a falha de uma estrutura. A função admite como argumentos a resistência associada a um modo de falha e o carregamento associado, e sinaliza que a estrutura falhará quando admitir valores negativos.

**função densidade de probabilidade**

Função que descreve a densidade de probabilidade de ocorrência de seu argumento. A probabilidade de o argumento estar contido em um determinado intervalo é então calculada através da integração da função densidade de probabilidade ao longo de tal intervalo.

**gradiente de fratura**

Pressão (repressa em unidade de pressão por unidade de comprimento) que resulta na fratura da formação.

**gradiente de pressão**

Pressão exercida por cada unidade de comprimento de uma coluna de fluidos. O gradiente de pressão é expresso em unidades de pressão por unidades de comprimento. A pressão hidrostática total pode ser calculada ao multiplicar o gradiente de pressão pelo comprimento da coluna de fluidos acima do ponto de interesse.

**gradiente de sobrecarga**

Pressão (expressa em unidade de pressão por unidade de comprimento) exercida pelo pacote rochoso acima de uma determinada cota sobre o pacote rochoso abaixo.

**Gradiente de pressão do fluido do poço**

Gradiente de pressão exercido pelo fluido utilizado durante a perfuração.

**Gradiente de pressão do fluido invasor**

Gradiente de pressão exercido pelo fluido invasor em carregamentos de pressão interna.

***high pressure and high temperature***

Poços caracterizados por pressões e/ou temperaturas mais altas que um certo referencial, selecionado por cada companhia.

**índice de confiabilidade**

Na Confiabilidade Estrutural, o índice de confiabilidade  $\beta$  associado a uma estrutura esta associado a sua probabilidade de falha  $p_f$  conforme a relação

$$p_f = \Phi - \beta \quad (6.3)$$

**Jacobiano**

Matriz contendo as derivadas parciais de primeira ordem de uma função vetorial. O Jacobiano  $\mathbf{J}$  de uma função  $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$  é tal que

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

A matriz Jacobiana de uma função com domínio e/ou imagem multidimensional é equivalente à primeira derivada de uma função univariada.

**kick**

Influxo indesejado de fluidos do reservatório para o interior do poço.

**Klever-Stewart**

Modelo que descreve a resistência de uma junta tubular à aplicação de pressão interna. No modelo de *Klever-Stewart*, a falha é determinada pela ruptura da junta tubular.

**lâmina d'água**

Distância da linha d'água até o leito marinho.

**levantamento sísmico**

Análise do reflexo e refração de ondas acústicas emitidas na superfície.

**Load and Resistance Factor Design**

Filosofia de projeto baseada no conceito de fatores de segurança onde a resistência calculada dos elementos estruturais para cada modo de falha são minoradas (ou, equivalentemente, os carregamentos estimados são majorados) por um fator

constante, escolhido com base no histórico de cada companhia e na experiência de seus técnicos. O dimensionamento da estrutura deve ser tal que os esforços não ultrapassem seu limite último. Além disso, o dimensionamento da estrutura também deve observar critérios de manutenibilidade e usabilidade, como níveis de fratura, deflexões e vibrações aceitáveis.

***lógica fuzzy***

Forma de lógica de múltiplos valores onde a verossimilhança de uma proposição pode assumir qualquer valor na escala de 0 a 1. Em contraste, no contexto da lógica Booleana a verossimilhança de uma proposição é binária, podendo esta ser apenas verdadeira ou falsa.

**matriz de correlação**

Matriz simétrica  $N \times N$  de correlação entre  $N$  variáveis. A correlação entre as variáveis  $i$  e  $j$  é representado pelo elemento  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ . Os elementos  $\rho_{ii}$  da diagonal valem sempre 1.

***measured depth***

Profundidade medida de um ponto no poço, equivalente ao comprimento da linha que representa o poço no espaço tridimensional. Em geral, a  $MD$  é computada medindo a magnitude do movimento do bloco de coroamento. Outra medida de profundidade do poço é o *true vertical depth* ( $TVD$ ), que equivale à coordenada  $\hat{i}_z$  do vetor que descreve o ponto no espaço.

**módulo de elasticidade**

Constante que relaciona a deformação a que um material está sujeito à tensão causada por tal deformação.

***packer***

Equipamento instalado em anulares de tubulares cujo objetivo é isolar hidráulicamente a parte superior da parte inferior do espaço.

**perfil elétrico**

Análise do reflexo e refração de sinais elétricos emitidos em subsuperfície.

**perfil mecânico**

Análise do reflexo e refração de ondas acústicas emitidas em subsuperfície.

**peso flutuado**

peso de um componente imerso em um fluido. Em se tratando de juntas tubulares com material de densidade  $\rho_m$ , com pontas abertas, imersas em um fluido com densidade  $\rho_f$ , o cálculo do peso linear flutuado dessa junta envolve multiplicar o peso linear da mesma por um fator  $f_{flut}$  tal que

$$f_{flut} = 1 - \frac{\rho_f}{\rho_m} \quad (6.4)$$

Por exemplo, uma junta de aço ( $\rho_m \approx 65,5$  ppg) com peso linear nominal  $W = 100 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}}$  imersa em um fluido com densidade  $\rho_f = 10$  ppg terá um peso linear flutuado  $W_f \approx 85 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}}$ .

**poço de correlação**

Poços já construídos que são geologicamente análogos ao poço em questão.

**pressão de poros**

Pressão à qual os hidrocarbonetos do reservatório estão sujeitos.

**quadro de previsão geológica**

Previsão das formações litológicas a serem atravessadas pelo poço.

***quantitative risk analysis***

Quantificação, através de análise numérica, do efeito de decisões de projeto nos riscos identificados.

**raio de confinamento**

Maior distância que o eixo de simetria pode se afastar de sua configuração original. Ao alcançar o limite do raio de confinamento, o tubular sofrendo flambagem é limitado pela presença física de um outro tubular no qual o tubular flambado está inserido.

***Reliability Based Design***

Projeto baseado na maximização da confiabilidade (ou, de forma equivalente, na minimização do risco) associada.

**reservatório**

Formação rochosa que contém hidrocarbonetos em seus poros. Os reservatórios são caracterizados por sua porosidade (volume de espaços vazios entre os grãos que compõem a rocha em relação ao seu volume total) e sua permeabilidade (medida da facilidade com que um fluido atravessa seus poros).

**Second Order Reliability Method**

Metodologia de análise de confiabilidade semi-probabilística desenvolvido para avaliar a confiabilidade de um sistema. Para tal, o *SORM* aproxima a função de falha por funções quadráticas, calculando então o índice de confiabilidade  $\beta$  associado ao sistema.

**Simulação Monte Carlo**

Técnica que utiliza amostragem aleatória para solucionar problemas matemáticos e físicos. A Simulação Monte Carlo é principalmente utilizada em três classes de problemas: geração de amostras de distribuições de probabilidade, integração numérica de expressões arbitrárias e otimização. Por exemplo,

- simulação de problemas físicos com muitos graus de liberdade acoplados, como fluidos, gases e estruturas celulares;
- cálculo de risco em situações complexas influenciadas por inúmeras variáveis aleatórias;
- integração numérica de funções multivariável com condições de contorno complexas;
- cálculo de probabilidades no contexto da Estatística Bayesiana;

entre outros.

**sistema de cabeça de poço submarino**

Conjunto de equipamentos instalado no fundo do mar com o objetivo de sustentar os equipamentos de poço.

**Sistema de Confiabilidade de Revestimentos**

*Software* produzido pela Universidade Federal de Alagoas que calcula a probabilidade de falha de uma coluna de revestimentos em diversos modos de falha frente a carregamentos determinísticos.

**sistema de coordenadas de Serret-Frenet**

Sistema de coordenadas que caracteriza o espaço vetorial de um poço. Os componentes do sistema de coordenadas de Serret-Frenet  $\{\hat{t}, \hat{n}, \hat{b}\}$  representam a direção para onde o poço aponta, a direção normal à que o poço aponta, e a direção perpendicular à curvatura do poço, respectivamente.

**sistema de coordenadas Cartesiano**

Sistema de coordenadas que caracteriza o espaço vetorial de um poço. Os componentes do sistema de coordenadas cartesiano  $\{\hat{i}_N, \hat{i}_E, \hat{i}_z\}$  representam a direção

Norte, a direção Leste, e a direção vertical no sentido do centro da Terra, respectivamente.

### **superfície de falha**

No contexto de análise estrutural, é o conjunto de todas as combinações entre variáveis aleatórias que resultam na iminência de falha de uma estrutura. A superfície de falha delimita a região de falha, que contém todas as combinações entre as variáveis aleatórias que resultam na falha de uma estrutura.

### ***target reliability level***

Também conhecido por **nível aceitável de confiabilidade**, é o nível mínimo de confiabilidade selecionado por um tomador de decisão a fim de atender suas demandas de risco.

### **tensão de von Mises**

Valor de tensão que busca resumir um estado de tensões a que um material dútil está exposto em um escalar. A tensão de von Mises  $\sigma_{vm}$  é calculada através da equação 6.1,

$$\sigma_{vm} = \sqrt{3 \cdot J_2}$$

onde  $J_2$  é a segunda invariante do tensor de tensões desviatórias. A tensão de von Mises representa portanto a energia de distorção de um material dútil.

### **teste de formação a poço revestido**

Teste de fluxo da formação onde a coluna é utilizada para abrir o fluxo do reservatório, medindo propriedades como vazão, pressão, densidade do fluido produzido, entre outras.

### **topo do cimento**

Cota do poço correspondente ao topo da coluna de cimento no espaço anular do revestimento em avaliação.

### **trajetória**

Caminho descrito no espaço tridimensional pela broca durante a perfuração do poço. A trajetória pode ser vertical, quando a broca descreve um caminho puramente na vertical, ou direcional, quando o caminho descrito pela broca apresenta componentes horizontais. A trajetória é em geral descrita utilizando o sistema de coordenadas Cartesiano. A Figura 34 ilustra os dois tipos de trajetória. Em poços direcionais, os trechos onde ocorre a alteração na direção do poço (por exemplo, ao alterar o ângulo de inclinação com a vertical, ou a direção para onde o poço aponta no plano

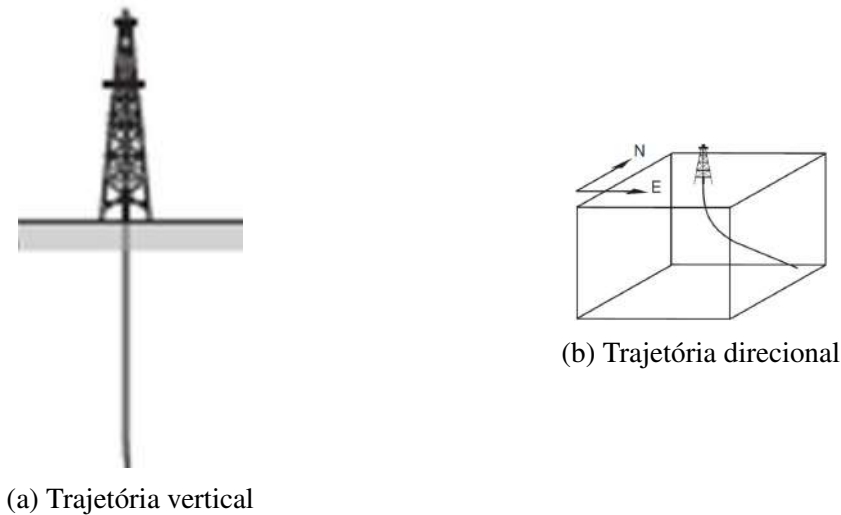


Figura 34 – Tipos de trajetória

Norte-Leste, conhecido por ângulo de azimuth) são caracterizados pelo *dog leg severity (DLS)*, que é a variação do ângulo do poço para cada metro percorrido. O *DLS* é comumente expresso em  $^{\circ}/100\text{ ft}$  ou  $^{\circ}/30\text{ m}$ , e é matematicamente equivalente ao inverso da curvatura do poço em cada ponto da trajetória.

#### ***true vertical depth***

Profundidade vertical de um ponto no poço, equivalente à coordenada  $\hat{i}_z$  do vetor que descreve o ponto no espaço. Outra medida de profundidade do poço é o *measured depth (MD)*, que equivale ao comprimento da linha que representa o poço no espaço tridimensional.

#### ***tubing leak***

Carregamento de sobrevivência de pressão interna onde durante vida útil do poço um furo se desenvolve na coluna de produção ou injeção, comunicando a pressão dentro da coluna para o interior do revestimento.

#### ***voxel***

Subdivisão de um espaço tridimensional; análogo ao *pixel* em um espaço bidimensional.

#### ***Working Stress Design***

Filosofia de projeto baseada no conceito de fatores de segurança onde a resistência calculada dos elementos estruturais são minoradas (ou, equivalentemente, os carregamentos estimados são majorados) por um fator constante, escolhido com base no histórico de cada companhia e na experiência de seus técnicos. O dimensionamento da estrutura deve ser tal que os esforços não causem deformações



permanentes (plásticas). Essa estratégia combina simplicidade conceitual com robustez operacional, minimizando o número de problemas operacionais e, em último caso, de falhas catastróficas.

***worst case discharge***

Carregamento de sobrevivência de pressão interna decorrente da perda de circulação, que resulta no esvaziamento do interior da coluna de revestimentos; a pressão interna então cai, induzindo um *kick* que rapidamente evolui para um *blowout*. O carregamento de pressão interna surge quando o operador tenta controlar o poço através de uma operação de *capping*.